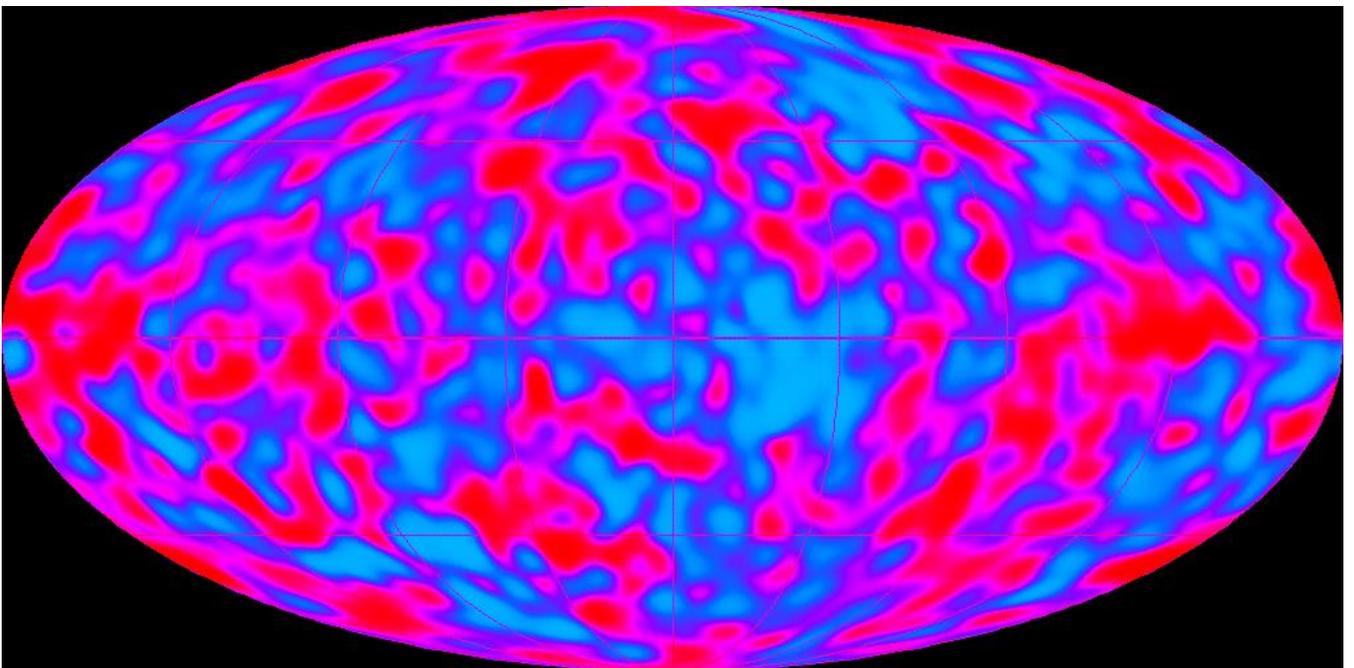


Spektroskopische Bestimmung kosmologischer Distanzen und Parameter



Version 2.0

Richard Walker 03/2022

Inhalt

1	Einleitung	5
2	Das kosmologische ΛCDM Modell	7
2.1	Überblick	7
2.2	Modellparameter und Variablen.....	7
2.3	Die Kosmologische Fundamentalebene im Λ CDM Modell	7
2.4	Hubbleparameter $H(t)$ und Hubblekonstante $H(0)$	7
2.5	Die kosmologische Zeit t	8
2.6	Die Hubblezeit t_H	8
2.7	Der kosmologische Skalenfaktor a	9
2.8	Skalenfaktor a und Rotverschiebung z	9
2.9	Zeitlupeneffekt durch die Raumdehnung	10
2.10	Die zeitliche Entwicklung des Skalenfaktors a	11
2.11	Die zeitliche Entwicklung des Hubbleparameters	12
2.12	Die kosmologische Definition des Hubbleparameters	13
2.13	Der Skalenfaktor im Quervergleich kosmologischer Modelle	14
3	Kosmologische Distanzmasse	15
3.1	Distanzen in unserem Alltag.....	15
3.2	Distanzen im grossskaligen Universum.....	15
3.3	Der z -Wert – Das universelle Distanzmass der Rotverschiebung.....	15
3.4	Die Eigendistanz D_p – Der "physikalische" Objektabstand	16
3.5	Die Mitbewegte Distanz D_c – Mit neutralisierter Raumexpansion.....	17
3.6	Die Lichtlaufzeit D_T – Die Distanz in die Vergangenheit	18
3.7	Die Distanz D_{HL} im Hubble-Lemaître-Gesetz	19
3.8	Die Leuchtkraftdistanz D_L – Die photometrische Entfernung.....	20
3.9	Die Winkeldurchmesser-Distanz D_A – Das Mass der Vergangenheit	21
3.10	Quervergleich der kosmologischen Distanzmasse für $0 < z < 0.5$	23
3.11	Quervergleich der kosmologischen Distanzmasse für $0 < z < 20$	24
4	Kosmologische Horizonte	25
4.1	Der Beobachtungs- oder Partikelhorizont	25
4.2	Der kosmologische Ereignishorizont und Hubbleradius r_H	25
4.3	Vergleich Beobachtungshorizont versus Ereignishorizont	26
5	Die Bestimmung der kosmologischen Distanzen	27
5.1	Die praktische Messung der Rotverschiebung im Spektrum.....	27
5.1.1	Was wird gemessen?.....	27
5.1.2	Anforderungen an den Spektrografen.....	27
5.1.3	Anforderungen an die Kamera	27
5.1.4	Auswahl der zu vermessenden spektralen Signatur	27
5.1.5	Proportionalität von Rotverschiebung und Wellenlänge	28
5.1.6	Heliozentrische Korrektur.....	28
5.1.7	Objekte mit starker Rotverschiebung.....	28
5.1.8	Praktisches Beispiel Quasar APM08279+5255.....	29
5.1.9	Blazare	30
5.2	Die Anwendung der kosmologischen Berechnungstools	31

5.2.1	Funktionsweise	31
5.2.2	Terminologie.....	31
5.2.3	Empfehlung.....	31
5.3	Beispiele.....	32
5.3.1	Quasar 3C273.....	32
5.3.2	Quasar APM08279+5255.....	33
6	Literatur und Internet.....	34

Titelbild:

Aufnahme der kosmischen Mikrowellen Hintergrundstrahlung mit dem Satelliten COBE 1992. Dieses Relikt stammt aus einer Zeit von ca. 380'000 Jahre nach dem Urknall und ist so stark rotverschoben, dass es heute nur noch radioastronomisch nachgewiesen werden kann. Nobelpreisträger George Smoot beschreibt diese Aufnahme als "Der Blick ins Antlitz Gottes".

Bild: NASA <https://de.wikipedia.org/wiki/Hintergrundstrahlung>

Ergänzungen in Version 2:

Kapitel 5.1 "Die praktische Messung der Rotverschiebung im Spektrum" ist völlig überarbeitet und ergänzt worden, u.a. durch ein synthetisches Quasarspektrum mit mehreren rotverschobenen Wellenlängenskalen von $z=1$ bis $z=4$.

1 Einleitung

Erst in den letzten 100 Jahren hat sich die Kosmologie von einem Forum der Spekulationen und Bekenntnissen emanzipiert und sich zu einer anerkannten, exakten Wissenschaft entwickelt [5]. Die erste Phase von ca. 1920 bis 1950 war noch geprägt von prestigegeladenen Debatten. Bereits Ende der 1920er Jahre wurde geklärt, dass Messier's Galaxienwelt, inkl. Andromeda M31, nicht zur Milchstrasse gehört, sondern eigenständige "Welteninseln" bildet. Der erbittert geführte Streit, ob das Universum nun statisch oder, nach einem Urknall dynamisch expandierend sei, dauerte aber noch bis in die 1960er Jahre!

Gerade mal 6 Jahre vor der ersten bemannten Mondlandung wurde 1963 die für damalige Verhältnisse "exorbitante Rotverschiebung" des Quasars 3C273 entdeckt, was zunächst für Verwirrung sorgte. Später wurde dann klar, dass damit die Grössenordnung der beobachtbaren Distanzen auf einen Schlag von "hundert Millionen-" nun plötzlich auf "Milliarden von Lichtjahren" erweitert worden war. Nur ein Jahr später folgte dann die bahnbrechende Zufallsentdeckung zweier Fernmeldeingenieure, der bereits seit 1933 vorhergesagten, kosmischen Mikrowellen-Hintergrundstrahlung (siehe Titelbild). Dies besiegelte schliesslich das definitive Aus für die "Steady State Theory". Einige Jahrzehnte später folgten dann die spektakulären Aufnahmen von Gravitationslinsen und der sehr erfolgreichen Hubble Deep Field Kampagne. Schliesslich kamen dann 1998 noch die Entdeckung der beschleunigten Expansion und die darauffolgende Entwicklung des aktuell favorisierten Λ CDM-Modells.

Trotz ausgeklügelter Theorien und Methoden, sowie einem eindrücklichen Park an "High-Tech" Instrumenten, stehen wir heute vor der ungelösten Frage nach der Natur der "Dunklen Materie" und "Dunklen Energie". Ob vor dem Urknall etwas existierte und was ihn letztlich auslöste, wird wahrscheinlich noch lange eine philosophische Frage bleiben.

Dank eindrücklichen Fortschritten in der Digitalfotografie, erschwinglicher Spektrografen, sowie dem zunehmend möglichen Zugang zu Teleskopen mit grosser Öffnung, sind heute auch Amateurastronomen in der Lage, "kosmologisch relevante" Distanzen zu messen. Darunter werden Entfernungen von mindestens einigen 100 Mio. Lichtjahren verstanden, wo die Raumexpansion bereits klar über die Dopplereffekte dominiert, welche durch die Eigenbewegung der Galaxien verursacht werden. Dazu ein sinngemäss wiedergegebenes Zitat von Georges Lemaître von 1927, welcher als erster, und lange vor Edwin Hubble, den entscheidenden Aspekt der kosmologischen Rotverschiebung erkannt hatte [2]:

Die Rotverschiebung der Galaxien ist kein Dopplereffekt, sondern die Expansion des Raumes.

Wenn nichts anderes vermerkt, ist auch in diesem Skript die Rotverschiebung immer infolge der Raumdehnung, und nicht durch Dopplereffekte zu verstehen. Für diese "kosmologische Grössenordnung" sind die Distanzen zu Messier's Galaxienwelt mit ≤ 80 Mio. Lichtjahren noch zu gering, obschon bereits hier die gemessenen Radialgeschwindigkeiten einen deutlichen Trend zur Raumexpansion erkennen lassen [27].

Das "kosmologische Paradeferd" für Amateurastronomen ist der bereits erwähnte Quasar 3C273 im Sternbild Jungfrau [31]. Mit einer scheinbaren Helligkeit von $m_V \approx 12,8$ und einem z -Wert von immerhin 0,158 ist das Objekt spektroskopisch bereits mit Teleskopen ≥ 8 Zoll Öffnung messbar. Instrumente mit ≥ 14 Zoll ermöglichen sogar die Vermessung einiger extrem heller Quasare im Bereich bis $z \sim 4$! Diesbezügliches Top Objekt ist der Quasar mit der sperrigen Bezeichnung APM 08279+5255 im Sternbild Luchs. Mit einer scheinbaren Helligkeit von $m_V = 15,2$ und einem z -Wert von 3,9 ist er das bisher lichtstärkste, bekannte Objekt im sichtbaren Teil des Universums, wahrscheinlich mit einem Gravitationslinsen-Effekt als "Leuchtkraftverstärker". Im Spektralatlas [28] ist eine Liste mit weiteren solchen Objekten enthalten.

Motivation zu diesem Skript war u.a. einen Überblick über den "Zoo" der kosmologischen Distanzbegriffe und vor allem deren praktische Anwendung in der Astronomie, zu gewinnen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf den kosmologischen Parametern und Distanzmassen, welche über die gemessene Wellenlänge λ , und die Ruhewellenlänge λ_0 einer identifizierten Spektrallinie bestimmbar sind. Die Ergebnisse sind hier nun zusammengefasst und sollen mithelfen, die eigenen Messergebnisse besser zu verstehen und zu interpretieren. Fokussiert auf die praktische Astro-Spektroskopie skizziert bereits das Buch "Spectroscopy for Amateur Astronomers..." [27] einige kosmologischen Zusammenhänge, welche hier nun ergänzt und vertieft werden.

Die mathematischen Grundlagen der kosmologischen Modelle sind komplex. Die "raumzeitlichen" Zusammenhänge sind zudem für das 3D-getrimmte, menschliche Hirn nur mit vereinfachenden Gedankenmodellen erschliessbar. Der Autor hofft bei den notwendigen Kompromissen das Mass des Erträglichen nirgends überschritten zu haben. Für physikalisch "wasserdichte" Herleitungen und Definitionen wird auf die professionellen Publikationen, sowie die Vorlesungsskripts von Laura Baudis [5] [6] und die Präsentationen von Max Camenzind [1] [2] [3] [4] verwiesen.

2 Das kosmologische Λ CDM Modell

2.1 Überblick

Zu diesem Thema folgt hier lediglich ein Überblick, der auf das notwendige Mass für das Verständnis der folgenden Kapitel beschränkt ist. Alle hier eingeführten Parameter, Distanzmasse und auch die Berechnungstools basieren auf dem aktuell favorisierten Standardmodell " Λ CDM". Dabei bedeuten Λ (Lambda) die "kosmologische Konstante" und "CDM": Cold, Dark Matter ("kalte Dunkle Materie"). Aktuell (2020) gehen die meisten Kosmologen von einem nicht oder kaum gekrümmten und daher "flachen" Universum aus. Über grosse Skalen betrachtet, erfüllt es das Postulat des kosmologischen Prinzips, d.h. es darf gesamthaft als homogen und isotrop (ohne Vorzugsrichtung) gelten [5].

Die sog. *Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker Metrik* (FLRW) ist eine Lösung der Feldgleichungen von Einsteins Allgemeiner Relativitätstheorie ART [9]. Darauf aufbauend wurde ab ca. 1998 das Λ CDM Modell [2] entwickelt, u.a. durch Einbezug von Λ , der immer noch rätselhaften und scheinbar "antigravitativ" wirkenden "Dunklen Vakuumenergie".

2.2 Modellparameter und Variablen

Mit nur wenigen Parametern beschreibt das Λ CDM Modell das expandierende Universum vom Urknall bis in die Zukunft und zeigt eine gute Übereinstimmung mit aktuellen Messungen in den verschiedensten Wellenlängenbereichen. Die verfügbaren Berechnungstools (Kap. 5.2) verwenden als Variable hauptsächlich:

- den Materiedichteparameter Ω_m
- den Vakuumenergie-Dichteparameter oder die "Kosmologische Konstante" Ω_Λ aus Einsteins ART, welche heute hauptsächlich die Effekte der "Dunklen Energie" repräsentiert
- die Hubblekonstante $H(0)$.

2.3 Die Kosmologische Fundamentalebene im Λ CDM Modell

Zusammen mit den Modellparametern bestimmen diese Variablen nicht nur die Form, sondern auch die Expansionsrate und das Alter des Universums. Mit dem zusätzlichen Krümmungsparameter Ω_K ergibt sich die folgende einfache Gleichung, welche auch als "Kosmologische Fundamentalebene" bezeichnet wird [4].

$$\Omega_K + \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1 \quad \{1\}$$

Für das "flache" Universum des Λ CDM Modells muss daher gelten:

$$\Omega_K = 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda \approx 0.$$

Diese Bedingung wird für das Λ CDM Modell aktuell mit den folgenden Parametern erfüllt:

$$\Omega_m \approx 0.27, \quad \Omega_\Lambda \approx 0.73 \quad \rightarrow \quad \Omega_m + \Omega_\Lambda \approx 1.$$

2.4 Hubbleparameter $H(t)$ und Hubblekonstante $H(0)$

Der Hubbleparameter $H(t)$ ist das relative Mass für die Expansionsgeschwindigkeit des Raumes. So bedeutet z.B. $H(t) = 74 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ dass zum Zeitpunkt t eine Distanz von 1 Mpc jede Sekunde um 74 km anwächst. Dieser Parameter ist über die Zeit variabel und bildet im Nahbereich des Universums auch den Proportionalitätsfaktor zwischen der Rotverschiebung und der Entfernung der Galaxien (Kap. 3.7). Die sog. Hubblekonstante $H(0)$ zeigt als Spezialfall, d.h. limitiert auf unseren lokalen Bereich des Universums, den aktuellen Wert des Hubbleparameters und spielt in den kosmologischen Modellen eine entscheidende Rolle. Gegenwärtig kristallisieren sich aus noch rätselhaften Gründen zwei um ca.

10% differierende Werte für $H(0)$ heraus, beide mit einer Unsicherheit von <2% Prozent [30].

Der erste Wert basiert im relativen Nahbereich, d.h. in den Magellanschen Wolken, auf aktuellen, vorwiegend photometrischen Messungen von Cepheiden und in entfernten Galaxien auf den "Standardkerzen" des Supernova Typs Ia. Diese Kampagne ergab ca. $74 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (Adam Riess et al.). Bereits Hubble hatte in den 1920er Jahren die pulsationsveränderlichen Cepheiden zur Distanzbestimmung von M31 verwendet.

Der zweite Wert von ca. $68 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ basiert auf den neuesten Analysen des kosmischen Mikrowellenhintergrundes, mit Daten des europäischen Planck-Satelliten.

Momentan arbeiten Theoretiker mit Hochdruck an der Erklärung dieser Diskrepanz [30] – mit möglichen Auswirkungen auf die gegenwärtig etablierten Standardmodelle und der sicher scheinenden Aussicht auf Nobelpreise! Die kosmologischen Berechnungstools (Kap. 5.2) verwenden als Default Wert meistens $H(0) \approx 68 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

2.5 Die kosmologische Zeit t

Die kosmologische Zeit t , engl. "Cosmological time" oder "Comoving time", bildet die Zeitachse und das Mass für den Verlauf der Raumexpansion. Sie startet beim hypothetischen Urknall mit $t = 0$. Sie wird durch die Uhren von fiktiven "Mitbewegten" Beobachtern gemessen, welche ohne Eigenbewegung, d.h. ruhend im expandierenden Universum oder eingebettet im "Hubble Flow" bleiben (engl. Comoving observers). Das klassische Erklärungsmodell ist hier die Ballonhülle mit aufgemalten Punkten, welche beim Aufblasen auseinanderstreben. Die kosmologische Zeit der Gegenwart wird mit $t(0)$ bezeichnet. Sie beträgt ca. 13,7 Mrd. Jahre und entspricht dem sog. "Weltalter" oder engl. "Age of the Universe".

Hinweis: Im expandierenden Universum messen zu einem bestimmten kosmologischen Zeitpunkt t – und unabhängig vom Standort – sämtliche "Mitbewegten" Beobachter die gleiche Zeit. Der in der Speziellen Relativitätstheorie SRT wirksame Effekt der Zeitdilatation, infolge sich unterschiedlich zueinander bewegendender Beobachter, ist hier irrelevant.

2.6 Die Hubblezeit t_H

Die Hubblezeit t_H , engl. Hubble time, entspricht dem Reziprokwert der Hubblekonstanten und kann als grober Schätzwert für das Alter des Universums dienen [27].

$$t_H = \frac{1}{H(0)} \quad \{2\}$$

Bei gleichförmiger Raumexpansion in einem leeren Universum wäre t_H gleich dem aktuellen Weltalter $t(0)$ von 13,7 Mrd. Jahren, d. h. der seit dem hypothetischen Urknall vergangenen Zeit (Kap. 2.5). Gegenwärtig werden jedoch, neben der im Alltag vertrauten, "baryonischen" Materie, auch Dunkle Materie und Dunkle Energie postuliert, was die Raumexpansion beeinflusst. Deshalb unterscheidet sich das Weltalter von der Hubblezeit, deren Bestimmung in [27] demonstriert wird. Basierend auf $H(0) = 74 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ergibt die Hubblezeit $t_H \approx 13,3$ Mrd. Jahre.

2.7 Der kosmologische Skalenfaktor a

Der Skalenfaktor a , engl. "Scale factor", steht für die relative Grösse des Universums und beschreibt den Dehnungseffekt der Raumexpansion mit einer zur Zeitachse monoton steigenden Funktion $a = f(t)$. Hypothetisch beginnend beim Urknall mit $a = 0$ gilt für die Gegenwart $t(0)$ die Konvention oder Normierung:

$$a(t_0) = 1 \quad \{3\}$$

Zusammengefasst bedeutet dies:

$$\begin{aligned} a = 0 & \quad \text{"Urknall"} \\ a < 1 & \quad \text{Vergangenheit} \\ a = 1 & \quad \text{Gegenwart} \\ a > 1 & \quad \text{Zukunft} \end{aligned}$$

Durch die Raumexpansion vergrössern sich die physikalischen Abstände zwischen den Objekten, die im sog. "Hubble Flow" eingebettet sind. Dies lässt sich am bereits erwähnten Modell der Ballonoberfläche veranschaulichen, die sich beim Aufblasen vergrössert.

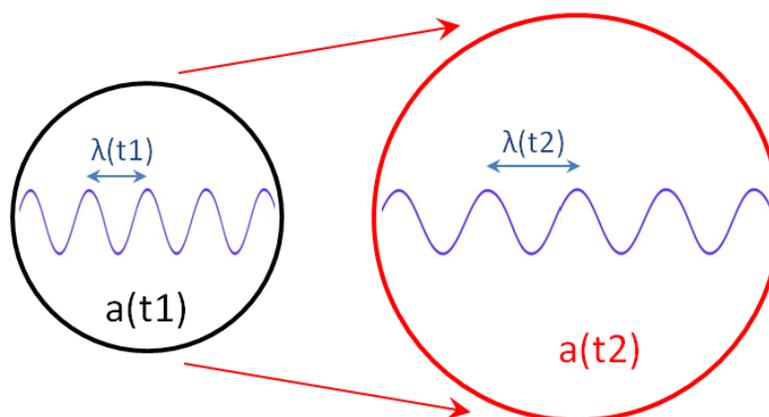
Für die kosmologisch bedingte Dehnung einer bestimmten Distanz, gemessen zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten t_1 und t_2 , gilt der einfache, proportionale Zusammenhang:

$$\frac{D(t_1)}{D(t_2)} = \frac{a(t_1)}{a(t_2)} \quad \{4\}$$

$D(t_1)$:	Distanz zum Zeitpunkt t_1
$D(t_2)$:	Distanz zum Zeitpunkt t_2
$a(t_1)$:	Skalenfaktor zum Zeitpunkt t_1
$a(t_2)$:	Skalenfaktor zum Zeitpunkt t_2

2.8 Skalenfaktor a und Rotverschiebung z

Gemäss Einsteins ART dehnt sich die Wellenlänge λ des Lichts proportional zur Raumexpansion {4}.



Dadurch wird die Dehnung der Wellenlänge spektroskopisch direkt messbar und ein vergangener, kosmologischer Skalenfaktor a lässt sich für den Zeitpunkt t mit spektroskopisch gewonnenen Daten der Gegenwart sehr einfach und unmittelbar berechnen:

1. Direkt basierend auf den Wellenlängen einer identifizierten Spektrallinie:

$$\alpha(t) = \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad \{5\}$$

λ_0 : Ruhewellenlänge der Linie, d.h. ursprünglich vom Objekt zur Zeit t emittiert

λ : aktuell gemessene Wellenlänge der Spektrallinie.

2. Basierend auf dem berechneten z-Wert (Kap. 3.3):

$$\alpha(t) = \frac{1}{1+z} \quad \{6\}$$

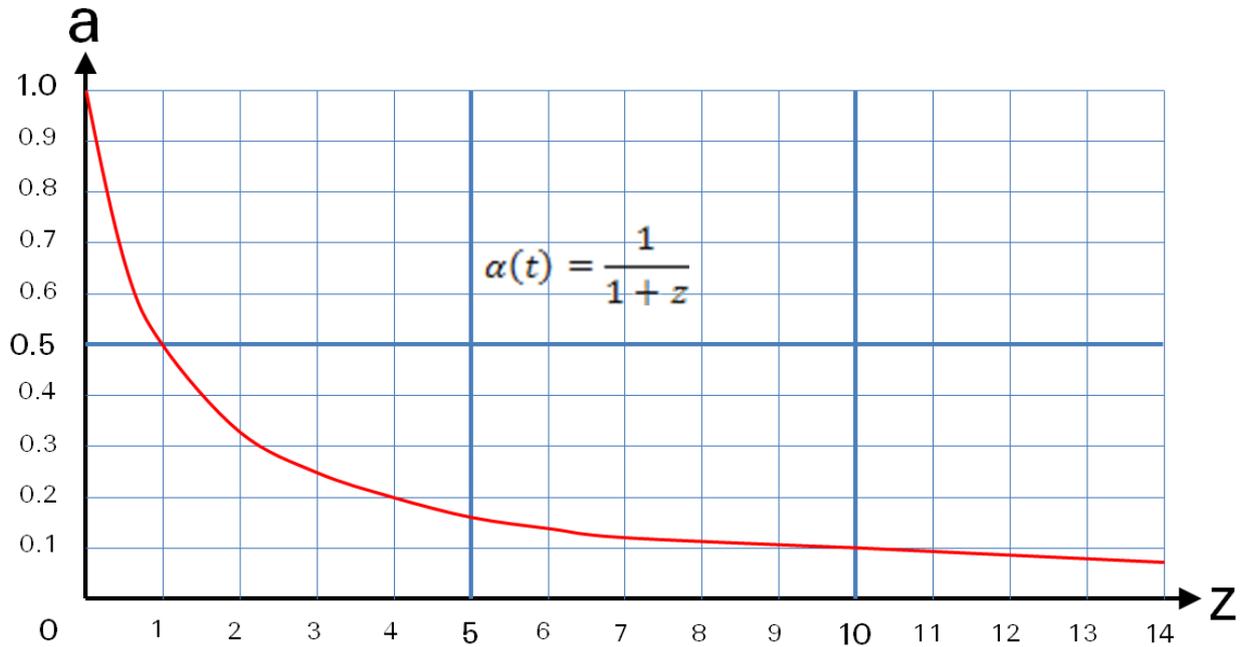
Vermutlich wegen ihrer Einfachheit werden diese Formeln nicht von allen Kosmologischen Berechnungstools (Kap. 5.2) berücksichtigt, weshalb in solchen Fällen der Taschenrechner bemüht werden muss.

2.9 Zeitlupeneffekt durch die Raumdehnung

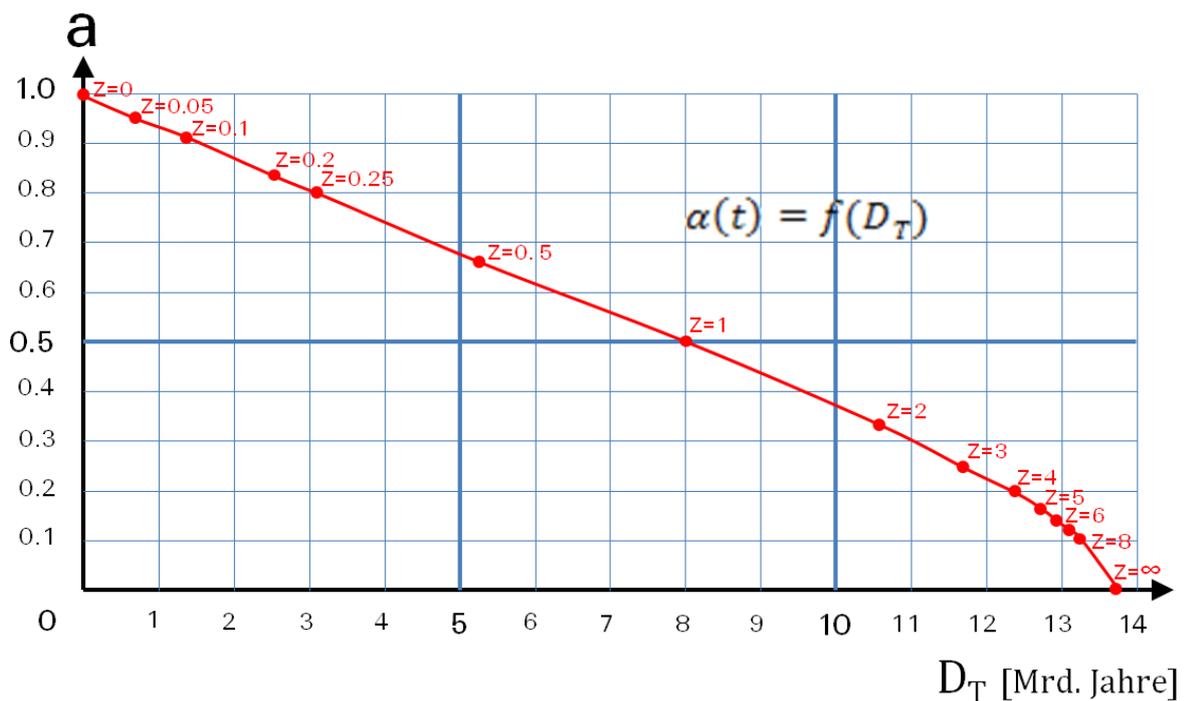
Die Dehnung des Raumes, und somit auch der Wellenlänge, verursacht einen Zeitlupeneffekt. So erfolgt der Helligkeitsverlauf einer Supernova, beobachtet in einem "High-z" Quasar, wesentlich langsamer. Dies widerlegt auch die "Lichtermüdungstheorie" (engl. tired light theory), vorgeschlagen 1929 durch Fritz Zwicky. Die Rotverschiebung kann deshalb nicht mit einem Verlust an Photonenenergie begründet werden.

2.10 Die zeitliche Entwicklung des Skalenfaktors a

Verwendet man den z-Wert als Zeitachse, kann die Funktion $\alpha(t) = f(z)$ gemäss Formel {6} ohne kosmologisches Modell, direkt dargestellt werden. Der Verlauf dieser Kurve ist allerdings nur bedingt aussagekräftig, weil der z-Wert kein linear verlaufendes Zeitmass ist.



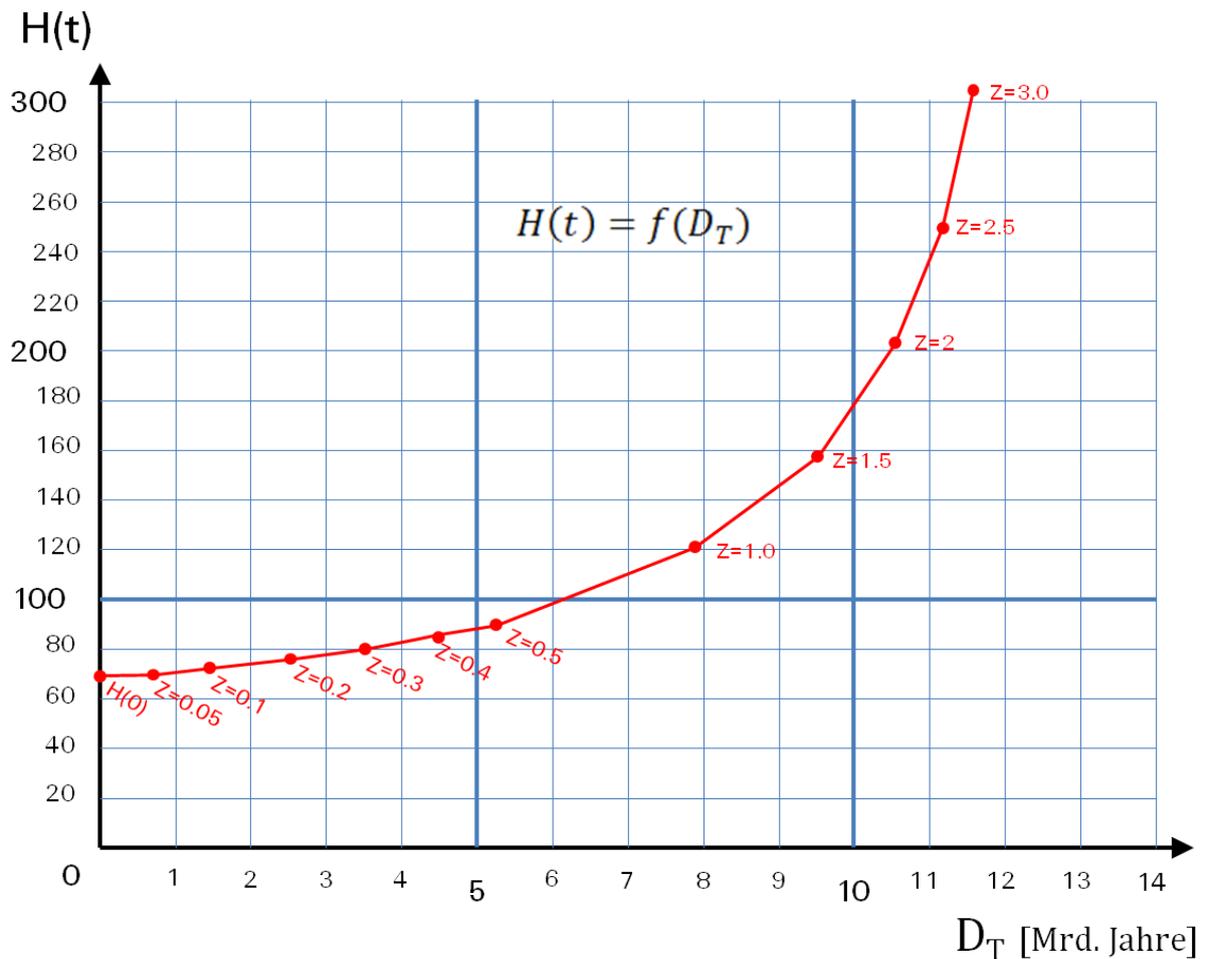
Dieser Mangel lässt sich beheben, indem als Zeitachse die linear verlaufende Lichtlaufzeit D_T (Kap. 3.6) verwendet und die Entwicklung des Skalenfaktors als Funktion $\alpha(t) = f(D_T)$ dargestellt wird. Dazu müssen zuerst die z-Werte (rot) mit einem Kosmologischen Berechnungstool [24] in Lichtlaufzeit D_T umgerechnet werden. Dabei kann D_T sowohl als Distanz als auch als Zeitachse t interpretiert werden. So dargestellt verläuft diese Funktion zwischen 0 und ca. 10 Mrd. Jahren ($z \approx 2$) einigermassen linear, gefolgt von einem steileren Abfall gegen den Urknall. Dieser Kurvenabschnitt zeigt, dass die Raumexpansion zu Beginn offenbar deutlich grösser war. Gemäss Λ CDM Modell wird der Skalenfaktor, infolge der beschleunigten Expansion, zukünftig wieder ansteigen (Kap. 2.12).



2.11 Die zeitliche Entwicklung des Hubbleparameters

Das folgende Diagramm zeigt, dass der Hubbleparameter seit der Frühzeit des Universums abnimmt und momentan gegen eine feste Grösse >0 zu fallen scheint, was gemäss aktueller Lehrmeinung der Dunklen Energie zugeschrieben wird. Infolge der beschleunigten Expansion sollte, wie der Skalenfaktor, auch der Hubbleparameter zukünftig sogar wieder ansteigen (Kap. 2.12).

Auch für dieses Diagramm wurden zuerst die z -Werte (rot) mit einem Kosmologischen Berechnungstool [24] in Lichtlaufzeit D_T umgerechnet. Die entsprechenden Werte für den Hubbleparameter $[km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}]$ wurden ergänzend mit dem Tool von Nick Gnedin berechnet [21].



2.12 Die kosmologische Definition des Hubbleparameters

Für mathematisch Interessierte folgt hier noch die Herleitung des kosmologisch wichtigen Zusammenhangs zwischen dem Hubbleparameter $H(t)$ und dem Skalenfaktor $a(t)$, d.h. die Funktion $H(t) = f(a)$. Kap. 2.9 hat gezeigt, wie sich der Skalenfaktor über die Zeit ändert, d.h. $a(t) = f(t)$. Dies definiert nun auch den direkt damit zusammenhängenden Hubbleparameter $H(t)$. In Anlehnung an das Hubble-Lemaître-Gesetz (Kap. 3.7), und anstelle von $H(0)$, fungiert hier $H(t)$ als allgemein gültiger Proportionalitätsfaktor zwischen der Expansionsgeschwindigkeit v_r und der Distanz D .

$$v_r = H(t) \cdot D$$

Die Ausdehnungsgeschwindigkeit des Raumes v_r kann auch als Distanzänderung pro Zeiteinheit mit dem Differentialquotienten dD/dt ausgedrückt werden.

$$\frac{dD}{dt} = H(t) \cdot D \quad \rightarrow \quad H(t) = \frac{dD}{D \cdot dt}$$

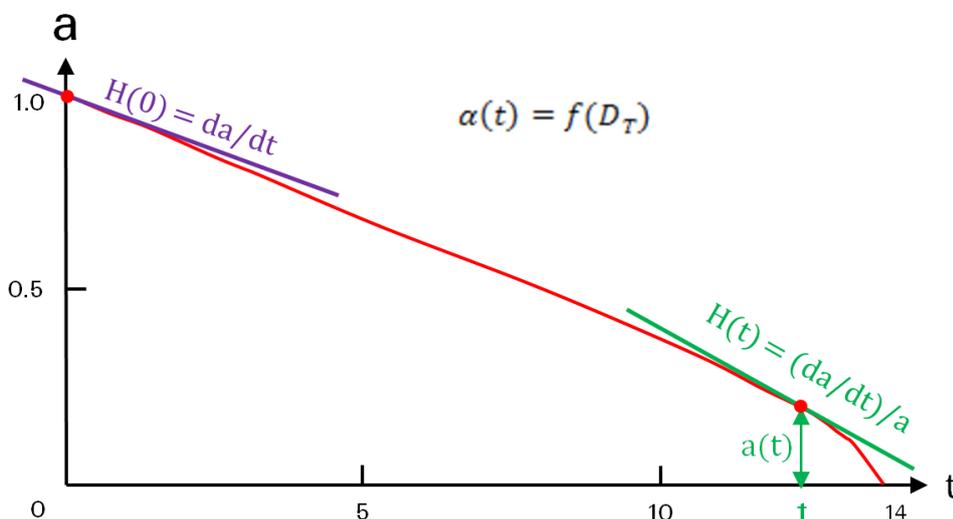
In der Physik werden Differentialquotienten mit Ableitung nach der Zeit, mit einem hochgestellten Punkt über dem Differential abgekürzt:

$$\frac{dD}{dt} = \dot{D} \quad \rightarrow \quad H(t) = \frac{\dot{D}}{D}$$

Gemäss Formel {4} verhalten sich Distanzen und Skalenfaktoren proportional. Wird deshalb die Distanz D durch den Skalenfaktor a ersetzt, ergibt dies die berühmte Differentialgleichung, welche kosmologisch den Hubbleparameter und schliesslich auch den sog. "Hubble Flow" definiert:

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} \quad \{7\}$$

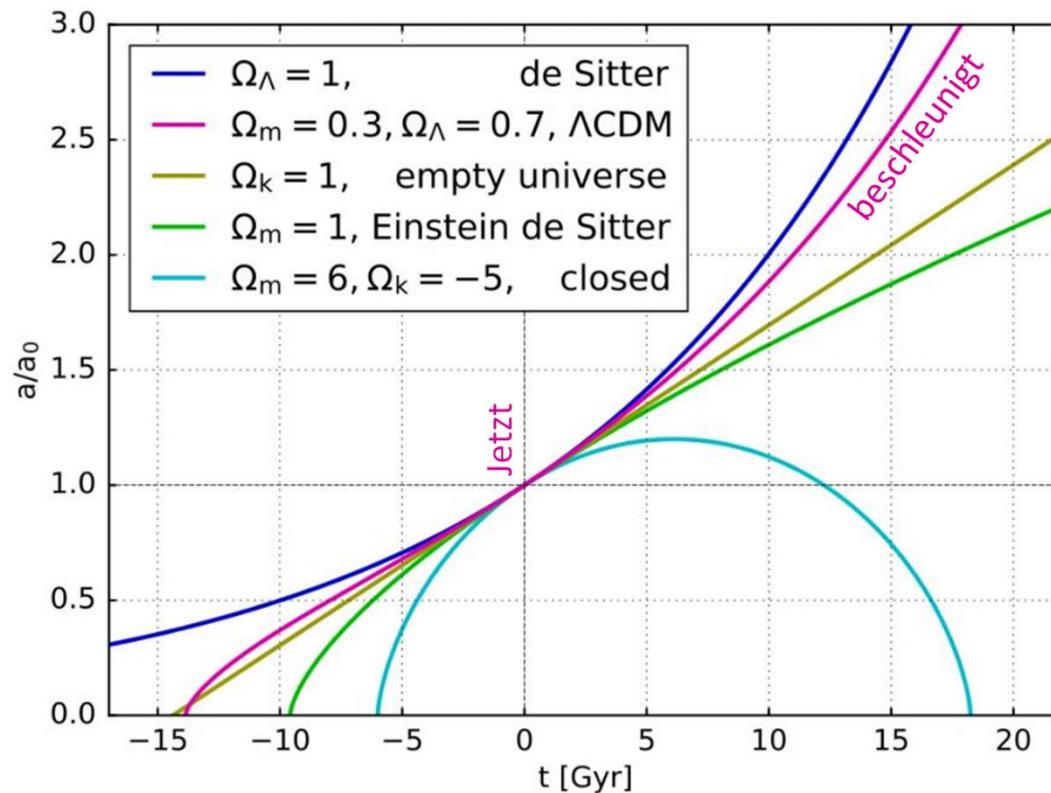
Der Hubbleparameter ist somit gleich dem Skalenfaktor a , abgeleitet nach der Zeit t , und normiert auf den entsprechenden Skalenfaktor $a(t)$. Mit dem hier vereinfachten Diagramm der Funktion $a(t) = f(D_T)$ von Kap. 2.9 kann dieser Zusammenhang grafisch demonstriert werden. Der Differentialquotient $\dot{a} = \frac{da}{dt}$ entspricht der Steigung der grünen Tangente an der roten Funktionskurve. Dieser Wert muss schliesslich noch durch den Skalenfaktor $a(t)$ dividiert werden. Die violette Tangente zeigt als Spezialfall, den Hubbleparameter der Gegenwart $t = 0$. Hier beträgt der Skalenfaktor $a = 1$ und der Hubbleparameter $H(t)$ wird zur Hubblekonstanten $H(0) = \dot{a}$.



2.13 Der Skalenfaktor im Quervergleich kosmologischer Modelle

Das folgende ergänzte Diagramm (Wikimedia Commons [15]) zeigt für unterschiedliche Parametrisierungen der Friedmann-Gleichungen die zeitliche Entwicklung des Skalenfaktors a von der Vergangenheit bis in die Zukunft. Die historischen Vorläufermodelle tragen z.T. klingende Namen!

Die violette Kurve zeigt den bereits in Kap. 2.9 gezeigten Verlauf im aktuell favorisierten Λ CDM Modell. Nur die Zeitachse zeigt hier in die Gegenrichtung, mit negativen Werten für die Vergangenheit und positiven für die Zukunft. Eindrücklich ist hier zu sehen, wie die " Λ CDM Kurve", für den Skalenfaktor zukünftig eine beschleunigte Expansion zeigt und die Gegenwart ("Jetzt") im Bereich eines Wendepunktes zu liegen scheint.



3 Kosmologische Distanzmasse

3.1 Distanzen in unserem Alltag

Bereits im Euklidischen 3D Raum unseres Alltags existieren für sehr lange Distanzen mehrere mögliche Masse, welche z.B. von der Erdkrümmung und somit auch vom Raum abhängen. So wird z.B. die kürzeste Entfernung zwischen zwei Städten in Europa und Australien entlang eines Grosskreises (Orthodrome) auf der Oberfläche der Erdkugel gemessen. Dies kann auch mit einem Faden demonstriert werden, der auf einem Globus zwischen diesen Orten gespannt wird. Dieses Mass ist hier von alltagspraktischer Bedeutung und wird z.B., neben anderen Faktoren, für die grobe Abschätzung der Dauer- und des Treibstoffbedarfs einer Flugverbindung benötigt. Die geometrisch kürzest mögliche Verbindung würde hier jedoch auf der Sehne dieses Grosskreissegmentes durch den Erdkern verlaufen.

3.2 Distanzen im grossskaligen Universum

Wesentlich komplexer sind die Verhältnisse im grossskaligen Universum. Hier wird die Lichtausbreitung u.a. durch die expandierende und raumzeitlich bestimmte Geometrie beeinflusst. Die Entfernung hängt dadurch auch vom Zeitpunkt der Messung ab. Somit existieren hier keine "trivialen" Entfernungsmasse, weshalb die Anwendung komplexer kosmologischer Modelle gefordert ist (Kap. 2). Die entsprechenden Distanzeinheiten sind neben dem z-Wert, meistens das Lichtjahr [Lj] oder die Parallaxensekunde Parsec [pc], wobei $1\text{pc} \approx 3,26\text{Lj}$. In der Astrophysik werden im kosmologisch relevanten Distanzbereich mehrere Entfernungsmasse unterschieden. Über deren Auswahl entscheidet der jeweilige Verwendungszweck.

3.3 Der z-Wert – Das universelle Distanzmass der Rotverschiebung

Der sog. z-Wert der Rotverschiebung ist im kosmologisch relevanten Rahmen die einzige Grösse, welche absolut gemessen werden kann und somit unabhängig von entsprechenden Modellen bleibt. Er kann, selbst von Amateuren, sehr einfach und mit hoher Genauigkeit aus der Verschiebung einer Spektrallinie in einem wellenlängenkalibrierten Spektrum bestimmt werden [27].

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \quad \{8\}$$

λ : gemessene Wellenlänge einer identifizierten Spektrallinie

λ_0 : Ruhewellenlänge der Spektrallinie (ursprünglich vom Objekt so emittiert)

Der z-Wert ermöglicht dadurch einen absoluten Entfernungsvergleich zwischen verschiedenen Objekten, hat aber den Nachteil, dass er sich weder zu Distanzen noch zu Zeitabschnitten proportional verhält (Kap. 2.8). Infolge der endlichen Lichtgeschwindigkeit reicht dieses Mass deshalb über die Raum- und Zeitdimension und ist deshalb immer auch ein Mass für die Vergangenheit. Die Extremwerte von z sind von kosmologischer Bedeutung:

$z = 0$:	\rightarrow	$t = t(0) \approx 13,7$ Mrd Jahre	Die Gegenwart
$z = \infty$:	\rightarrow	$t = 0$	Der "Urknall"
$z \approx 1089$:	\rightarrow	$t \approx 380'000$ Jahre	Die Mikrowellen-Hintergrundstrahlung

Die Mikrowellen- Hintergrundstrahlung bei $z = 1089 \pm 0,1$ [14] bildet, mindestens für optische Beobachtungen, eine undurchdringliche Barriere.

Anwendung: Diese Eigenschaften machen den dimensionslosen z-Wert im kosmologisch relevanten Distanzbereich zum meistverwendeten Entfernungsmass in wissenschaftlichen Publikationen. Er erfüllt zudem als Messwert eine Schlüsselfunktion zur Bestimmung der nachfolgend eingeführten Distanzmasse. Dies ist allerdings nur mit Hilfe von kosmologischen Modellen, oder entsprechenden Tools, möglich.

3.4 Die Eigendistanz D_P – Der "physikalische" Objektabstand

Als Eigendistanz oder engl. Proper Distance D_P kann man sich die Länge eines Fadens vorstellen, der exakt zum Zeitpunkt t zwischen zwei Objekten gespannt wird. Da dieses Mass nicht konstant bleibt, sondern sich über die Zeit proportional zur Raumexpansion dehnt, würde der Faden im Gedankenmodell sofort zerreißen. Zum kosmologischen Zeitpunkt der Gegenwart $t = t(0)$ entspricht D_P dem aktuellen, "realen" Objektabstand. Infolge der endlichen Lichtgeschwindigkeit und dem identischen Zeitpunkt $t(0)$ ist das gemessene Objekt am gegenwärtigen Standort jedoch nicht beobachtbar. Die Eigendistanz reicht deshalb nur über die Raum- aber nicht über die Zeitdimension.

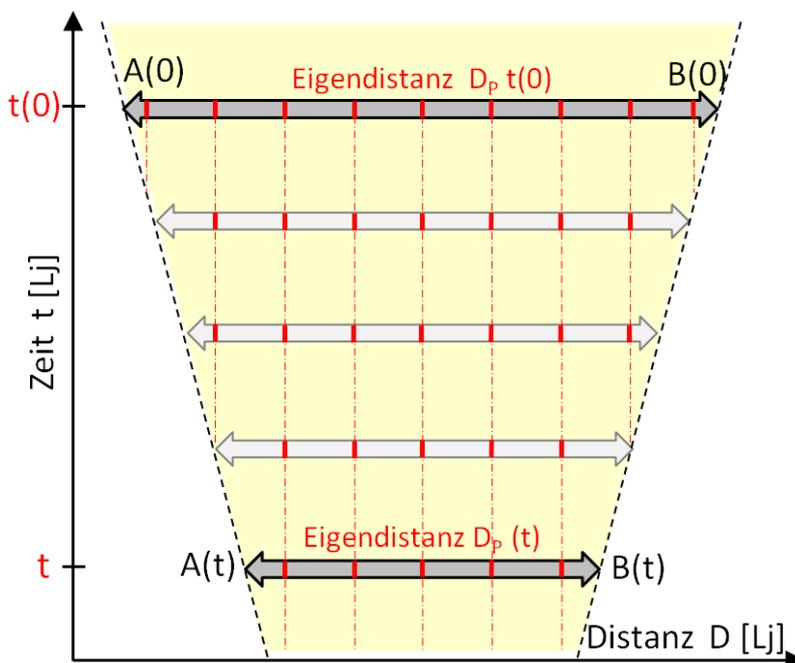
Anwendung: Dieses Mass kann nur indirekt über die Rotverschiebung z und mit kosmologischen Modellen bestimmt werden. Es entspricht am ehesten unserem konventionellen Distanzbegriff. Gerade deshalb wäre D_P für populärwissenschaftliche Artikel die richtige Wahl [8], welche jedoch die massiv kürzere Distanz der Lichtlaufzeit D_T bevorzugen (Kap. 3.6). Die aktuelle Eigendistanz bis zum Urknall, d.h. dem Beobachtungs- oder Partikelhorizont (Kap. 4.1), misst ca. 46,6 Mrd. Lichtjahre. Weil hier die Raumdehnung mitberücksichtigt wird, beträgt D_P in diesem Extremfall fast das 3,5 fache der entsprechenden Lichtlaufdistanz D_T von 13,7 Mrd. Lichtjahren (Kap. 3.6).

Abgeleitet von Formel {4} verhältet sich die Eigendistanz der Gegenwart $D_P(t_0)$, zur gleichen Entfernung in der Vergangenheit oder Zukunft $D_P(t)$, proportional zu den entsprechenden, kosmologischen Skalenfaktoren $a(t_0)$ und $a(t)$. Zusätzlich gilt für die Gegenwart die Konvention $a(t_0) = 1$

$$\frac{D_P(t_0)}{D_P(t)} = \frac{a(t_0)}{a(t)} = \frac{1}{a(t)} \rightarrow$$

$$D_P(t) = D_P(t_0) \cdot a(t) \quad \{9\}$$

Als schematischer Kompromiss demonstriert das folgende Raumzeit-Diagramm mit einer horizontalen Distanz- und einer vertikalen Zeitachse, die Entwicklung der Eigendistanz D_P über die Zeit. Die horizontal verlaufenden, grauen Pfeile auf der gelbgefärbten Fläche zeigen schematisch das Anwachsen der vergangenen Eigendistanz $A(t) - B(t)$ bis zum heutigen Wert $A(0) - B(0)$. Der Massstab bleibt bei der Eigendistanz über die Zeit konstant – beachte dazu im Diagramm die Abstände der roten Skalenmarken.



3.5 Die Mitbewegte Distanz D_c – Mit neutralisierter Raumexpansion

Dieses ziemlich abstrakte Konzept basiert auf einem Koordinatensystem, welches sich proportional zur Raumexpansion ausdehnt. Damit streckt sich auch der Massstab und der damit gemessene Abstand zwischen Mitbewegten Objekten bleibt über die Zeit konstant. Absolut gemessen wird die Mitbewegte Distanz D_c , oder engl. "Comoving Distance", zu einem bestimmten Zeitpunkt t , der im Folgenden auf die "Gegenwart $t(0)$ " festgelegt wird. Exklusiv bei $t(0)$ entspricht nun D_c exakt der realen Eigendistanz D_p – siehe Formel {11}. Wenn sich nun der Raum in Zukunft weiter dehnt – oder mit Blick in die Vergangenheit – schrumpft, bleibt der Messwert der bei $t(0)$ bestimmten Distanz konstant (siehe rote Skalenmarken im Diagramm). Damit wird nun die Raumexpansion praktisch "herausgerechnet" oder "neutralisiert". Lediglich die Eigenbewegung der Objekte, welche von der theoretischen Ruheposition im expandierenden "Hubble Flow" abweichen, z.B. Galaxien in einem grossen Cluster, kann D_c im Laufe der Zeit um geringe Beträge verändern.

Anwendung: Diese Eigenschaften werden für Spezialanwendungen benutzt, z.B. für Bewegungsstudien in grossen Galaxienhaufen mit Neutralisierung der Raumexpansion. Auch die Mitbewegte Distanz D_c reicht nur über die Raum- aber nicht über die Zeitdimension.

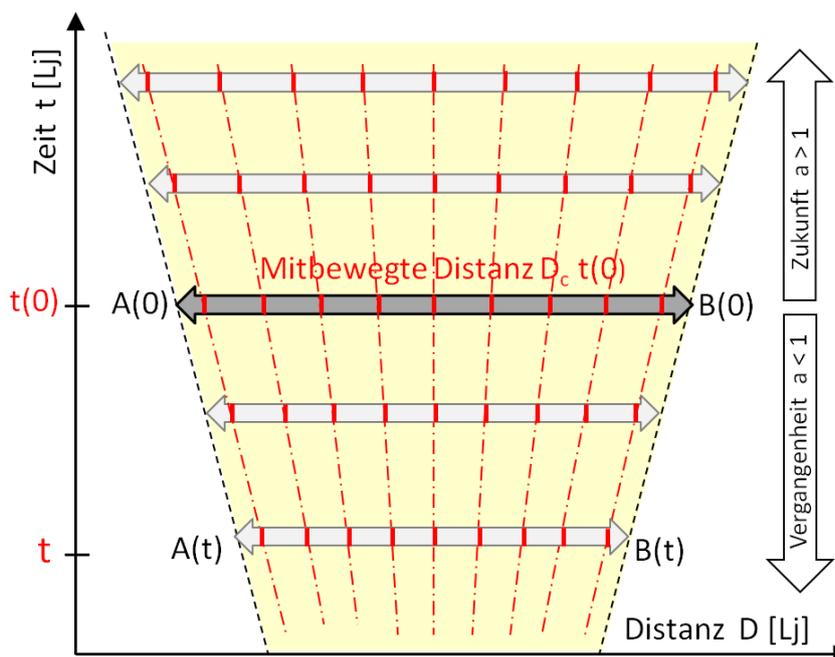
Vorsicht: Abweichend von dieser Definition wird in der Fachliteratur häufig fast alles als "Mitbewegt" oder "Comoving" bezeichnet, was sich mit der Raumexpansion ausdehnt oder bewegt. So wird neben "Comoving time" und "Comoving volume" auch die zeitlich variable Eigendistanz D_p als "Comoving distance D_{Com} " bezeichnet – so auch bei den Kosmologischen Berechnungstools. Immerhin entspricht D_c zum jeweiligen Messzeitpunkt ja tatsächlich der Eigendistanz D_p . Im Folgenden wird hier konsequent der Begriff "Eigendistanz" verwendet.

Das Verhältnis der Eigendistanz D_p , zur konstant bleibenden, Mitbewegten Distanz D_c , entspricht zu einem bestimmten Zeitpunkt t , immer dem kosmologischen Skalenfaktor $a(t)$.

$$a(t) = \frac{D_p(t)}{D_c} \rightarrow D_p(t) = a(t) \cdot D_c \quad \{10\}$$

Für den Zeitpunkt der Messung, hier in der Gegenwart $t = t(0)$ und dem entsprechenden Skalenfaktor $a = 1$, gilt:

$$D_p(t_0) = D_c(t_0) \quad \{11\}$$



3.6 Die Lichtlaufzeit D_T – Die Distanz in die Vergangenheit

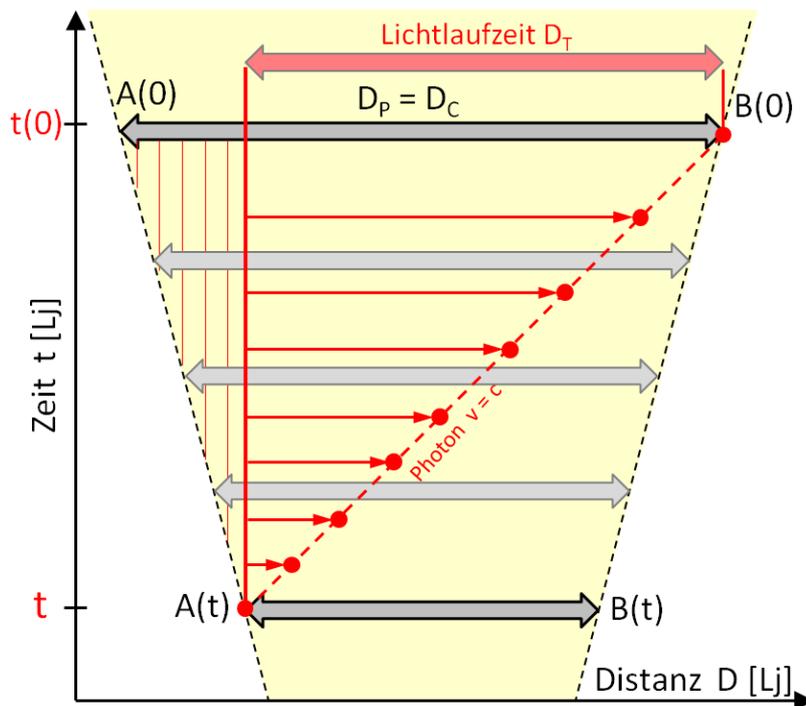
Die Lichtlaufzeit, engl. Lookback Time oder Light Travel Time D_T ist die Zeit, welche das Licht eines Objektes für die Strecke zwischen der damaligen Emission zum Zeitpunkt t und dem heutigen Beobachtungszeitpunkt $t(0)$ benötigt.

$$D_T = t(0) - t \quad \{12\}$$

Die Lichtlaufzeit D_T wird in der Literatur immer als Zeitdifferenz und meistens englisch in [Gyr] (Giga Year) ausgedrückt. Auf Deutsch entspricht dies dem selten verwendeten [Ga] (Giga annum), oder "Milliarden Jahre". Für extrem hohe z -Werte nähert sich D_T asymptotisch dem Weltalter von 13,7 Mrd. Lj. Multipliziert man die Lichtlaufzeit D_T mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c erhält man die Lichtlaufdistanz [2].

$$\text{Lichtlaufdistanz} = c \cdot D_T \quad \{13\}$$

Als schematischer Kompromiss zeigt das folgende (Minkowski) Raumzeit-Diagramm, das Verhältnis der Lichtlaufzeit D_T zu den oben eingeführten Massen D_P und D_C [8]. Der über die Zeit expandierende Raum wird auch hier durch die horizontalen, grauen Pfeile auf der gelbgefärbten Fläche symbolisiert und lässt den ursprünglichen Abstand von $A(t) - B(t)$ auf $A(0) - B(0)$ anwachsen.



Zur Illustration der Lichtlaufzeit D_T wird zum Zeitpunkt t bei der Position $A(t)$ ein rotes Photon in Richtung $B(t)$ gesendet. In der vertikalen Zeitdimension t zeigen die horizontalen, roten Pfeile wie sich das Photon mit Lichtgeschwindigkeit durch den hier mit $v < c$ expandierenden Raum bewegt und schliesslich zur Zeit $t(0)$ bei der Position $B(0)$ detektiert wird. Dabei ist unbedingt zu beachten, dass sich der Raum auch entgegen der Bewegungsrichtung des Photons dehnt, was der rotschraffierten Dreiecksfläche entspricht. Durch diesen Effekt wird die Lichtlaufzeit D_T von der Raumexpansion deutlich weniger gedehnt, weshalb sie immer kürzer als D_P oder D_C ist.

Anwendung: Dieses Mass kann nur indirekt über die Rotverschiebung z und mit kosmologischen Modellen bestimmt werden. Während der z -Wert in wissenschaftlichen Publikationen dominiert, ist die Lichtlaufzeit das meist verwendete Distanzmass in populärwissenschaftlichen Artikeln. Im Gegensatz zur Eigen- und Mitbewegten Distanz reicht dieses Mass über die Raum- und Zeitdimension.

3.7 Die Distanz D_{HL} im Hubble-Lemaître-Gesetz

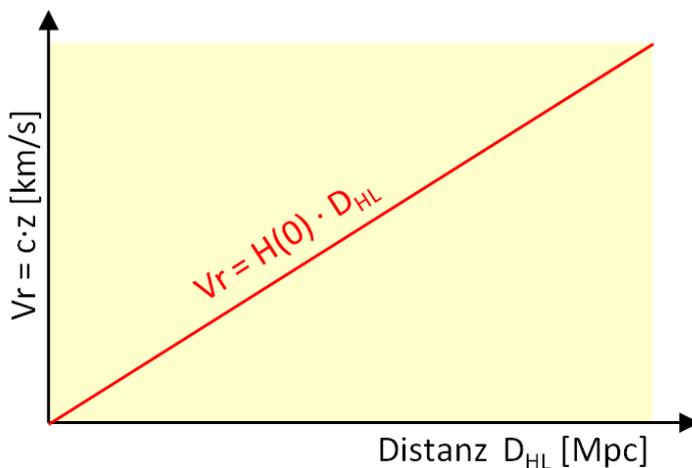
Das historisch bedeutende Hubble-Lemaître-Gesetz [10] [29], postuliert einen empirisch ermittelten, linearen Zusammenhang zwischen der Entfernung der Galaxien D_{HL} und der spektroskopisch ermittelten, scheinbaren "Fluchtgeschwindigkeit" v_r . Die Hubblekonstante $H(0)$ bildet dabei den Proportionalitätsfaktor (Kap. 2.4). Georges Lemaître und Edwin Hubble entdeckten diesen Zusammenhang Ende der 1920er Jahre, unabhängig voneinander. Die damals von beiden für $H(0)$ ermittelten Werte von $>500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ waren jedoch noch um ca. eine Größenordnung zu hoch!

$$v_r = H(0) \cdot D_{HL} \quad \{14\}$$

v_r : Radial- oder scheinbare "Fluchtgeschwindigkeit" [km s^{-1}]

D_{HL} : Distanz zum Objekt [Mpc]

$H(0)$: Hubblekonstante [$\text{km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$] (Kap. 2.4)



Zur Bestimmung der Hubblekonstante wird (und wurde auch historisch) D_{HL} photometrisch mit sog. "kosmischen Standardkerzen" bestimmt (Kap. 2.4). Die Radialgeschwindigkeit v_r lässt sich spektroskopisch direkt über den z-Wert bestimmen (c = Lichtgeschwindigkeit).

$$v_r = c \cdot z \quad \{15\}$$

Die D_{HL} Distanz kann im kosmologischen Nahbereich näherungsweise als Eigendistanz D_P betrachtet werden, weil hier die zur Eichung von $H(0)$ verwendete Leuchtkraftdistanz D_L (Kap. 3.8) etwa gleich lang ist (Kap. 3.10).

Anwendung: Dieses Mass kann nur indirekt über die Rotverschiebung z und mit der Hubblekonstanten $H(0)$ bestimmt werden. Die Proportionalität des Hubble-Lemaître-Gesetzes gilt nur für den kosmologischen Nahbereich von einigen 100 Mio. Lj, was den Anwendungsbereich für die Distanzbestimmung entsprechend einschränkt. Für Messier's Galaxienwelt, mit Entfernungen von ≤ 80 Mio. Lichtjahren, ist dies noch der Fall. In diesem "Nahbereich" überprägt jedoch der Dopplereffekt, infolge der Eigenbewegung der Galaxien, signifikant die hier noch geringe, kosmologische Raumdehnung [27]! Berühmtes Beispiel ist die Andromeda Galaxie M31, welche sich mit blauverschobenem Spektrum, d.h. ca. 300 km/s der Milchstrasse nähert. Mit zunehmenden z-Werten werden die Distanzen durch D_{HL} massiv überschätzt (Kap. 3.11).

naive Hubble: Für reine Vergleichszwecke kann die lineare Extrapolation des Hubble-Lemaître-Gesetzes bis in hohe z-Bereiche Sinn machen und wird in diesem Zusammenhang oft engl. mit "naive Hubble" bezeichnet (Kap. 3.10).

3.8 Die Leuchtkraftdistanz D_L – Die photometrische Entfernung

Die Leuchtkraftdistanz D_L oder engl. Luminosity Distance ist eine "photometrische Entfernung" und basiert auf der bekannten oder geschätzten, absoluten Helligkeit M_V eines beobachteten Objektes. Die Distanz lässt sich direkt durch den Vergleich mit der gemessenen, d.h. scheinbaren Helligkeit m_V bestimmen. Dies basiert neben anderen Effekten, auf der "Verdünnung" des Photonenflusses, infolge der kugelförmigen Lichtausbreitung. Die Differenz von scheinbarer- und absoluter Helligkeit, ausgedrückt in Magnituden [mag], wird als Distanzmodul μ bezeichnet [27] und von einigen der Kosmologischen Berechnungstools als Ergebnis geliefert.

$$\mu = m_V - M_V \quad [mag] \quad \{16\}$$

Die Entfernung D_L lässt sich daraus wie folgt berechnen [27]:

$$D_L = 10^{0.2(m_V - M_V) + 5} \quad [pc] \quad \{17\}$$

Infolge raumzeitlicher Effekte, und der Extinktion infolge von Staub etc. werden die Distanzen gemäss den einfachen Formeln {16} und {17} massiv überschätzt, was entsprechende Korrekturen erfordert. Im Quervergleich (Kap. 11) sind Leuchtkraftdistanzen daher immer am längsten.

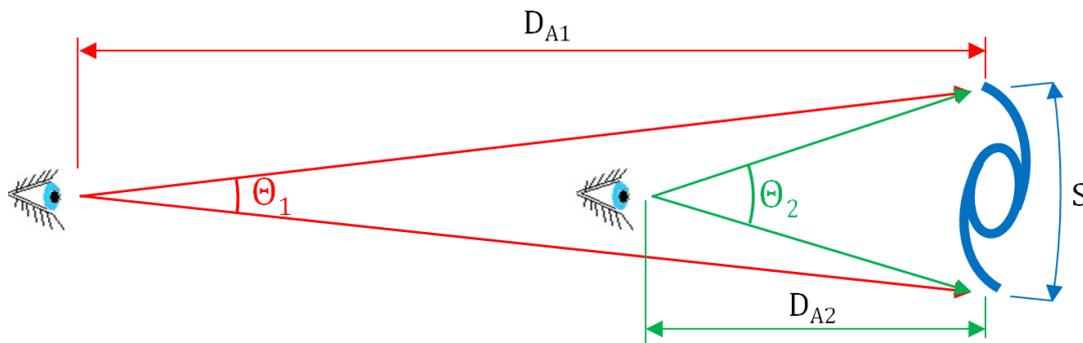
Der Beitrag der Spektroskopie zur direkten Bestimmung der Leuchtkraftdistanz beschränkt sich auf die Abschätzung der absoluten Helligkeit M_V des Objektes, basierend auf den spektralen Signaturen. Bei stellaren Objekten wird dazu meistens die Spektral- und Leuchtkraftklasse bestimmt. Bei Spiralgalaxien wird die Rotationsgeschwindigkeit ermittelt, welche über die empirische Tully-Fisher Relation mit der absoluten Helligkeit gekoppelt ist. Dazu wird die Verbreiterung oder gar Aufspaltung von bestimmten Spektrallinien ausgewertet. Eine solche spektrale Signatur ist im Spektralatlas [28] im Profil der LINER Galaxie M94 zu sehen (Plate 55). Bei elliptischen Galaxien kommt ergänzend die Faber-Jackson-Beziehung zum Einsatz. Im Radioastronomischen Bereich wird dazu die Emission des neutralen Wasserstoffs bei einer Wellenlänge von ~ 21 cm vermessen.

Anwendung: Dieses Mass kann direkt photometrisch oder indirekt über die Rotverschiebung z und mit kosmologischen Modellen bestimmt werden. D_L wird generell zur Messung von Distanzen im Nah- aber auch im Kosmologisch relevanten Bereich verwendet. D_L wurde sowohl historisch, aber auch noch aktuell, als wichtiges Element zur Bestimmung der Hubblekonstanten angewendet. Im Gegensatz zur Eigen- und Mitbewegten Distanz reicht dieses Mass über die Raum- und Zeitdimension.

3.9 Die Winkeldurchmesser-Distanz D_A – Das Mass der Vergangenheit

1. Die direkte Messung der Winkeldurchmesser-Distanz

Bei der direkten Bestimmung der Winkeldurchmesser-Distanz D_A oder engl. "Angular Diameter Distance", spielt die Spektroskopie kaum eine Rolle. Sie basiert hier auf dem bekannten oder geschätzten, absoluten Durchmesser S des beobachteten Objektes. Die Entfernung D_A , z.B. zu einer Galaxie, lässt sich mit einfachen Winkelgesetzen durch den Vergleich mit dem optisch gemessenen, scheinbaren Winkeldurchmesser θ des Objekts bestimmen.



$$D_A = \frac{S}{\theta} \quad \{18\}$$

S : Durchmesser des Objekts [Lj, pc]

θ : Gemessener Winkeldurchmesser in "Radiant" [rad]

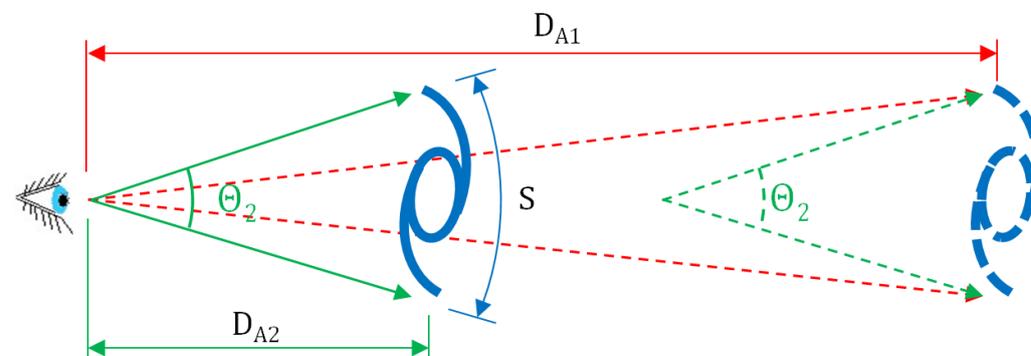
D_A : Distanz zum Objekt [Lj, pc]

Umrechnung von Grad [°] in Radiant [rad]:

$$\text{Radiant [rad]} = \frac{\text{Grad [°]} \cdot \pi}{180}$$

2. D_A – Das Mass der Vergangenheit

Durch unseren zwangsläufigen Blick in die Vergangenheit entspricht der am Himmel gemessene Winkel θ nicht dem heutigen-, sondern dem vergangenen Zeitpunkt t der Lichtemission, wo das Universum noch kleiner und die Abstände (D_{A2}) kürzer waren. Im heutigen, grösseren Abstand D_{A1} messen wir das Objekt deshalb nicht unter θ_1 , sondern, wenn auch deutlich lichtschwächer, unter dem ehemals grösseren, grünen Winkel θ_2 .



Mit dieser Methode messen wir deshalb nicht die heutige Distanz D_{A1} sondern die vergangene und somit kürzere Entfernung D_{A2} , welche der damaligen Eigendistanz $D_P(t)$ entspricht:

$$D_{A2} = D_P(t)$$

D_{A2} lässt sich daher auch mit Formel {9} aus der heutigen Eigendistanz $D_P(t_0)$ und dem Skalenfaktor $a(t)$ errechnen:

$$D_{A2} = D_P(t_0) \cdot a(t) = \frac{D_P(t_0)}{1+z} \quad \{19\}$$

In der Kosmologie bezeichnet man diesen Ausdruck deshalb ebenfalls als Winkeldistanz.

3. Konsequenzen

- Durch diesen Effekt erscheint mit wachsender Entfernung paradoxerweise der Winkeldurchmesser eines Objektes immer grösser und das expandierende Universum wirkt so quasi als "Vergrößerungsglas" [5]. Bei extrem hohen z -Werten, d.h. nahe dem Urknall, würde die Scheingrösse eines Objektes sogar gegen Unendlich gehen. Paradebeispiel dafür ist die Kosmische Hintergrundstrahlung bei einer Rotverschiebung von $z \approx 1089$ [14], die uns heute ja isotrop, d.h. aus allen beliebigen Richtungen erreicht.
- Infolge dieser Effekte steigt die Winkeldurchmesser-Distanz D_A mit zunehmender Entfernung zuerst an, um dann ab $z > 1.6$ wieder kleiner zu werden und bei extrem hohen z -Werten sogar gegen 0 zu streben (Grafik Kap. 3.11).
- Die Winkeldurchmesser-Distanz D_A ist im Quervergleich deshalb noch deutlich kürzer als die Lichtlaufzeit D_T .

4. Anwendung:

Dieses Mass kann direkt über eine optische Winkelmessung oder indirekt über die Rotverschiebung z und mit kosmologischen Modellen bestimmt werden. Hauptanwendung von D_A ist die Bestimmung von Objektdistanzen in der Vergangenheit. Das Mass reicht nur über die Raum- aber nicht über die Zeitdimension.

3.10 Quervergleich der kosmologischen Distanzmasse für $0 < z < 0.5$

In unserer "näheren" kosmischen Umgebung" bis $z \approx 0,05$, ergeben bei vergleichbarer Messgenauigkeit, alle hier vorgestellten Masse ca. dieselbe Distanz. Im kosmologisch relevanten Distanzbereich, d.h. ab mehreren 100 Millionen Lichtjahren, zeigen sich jedoch zunehmend Differenzen. Das folgende Diagramm (Wikimedia Commons – Distance Measures) zeigt diesen Effekt bis zu einer Entfernung von $z = 0,5$, entsprechend einer Lichtlaufzeit von ca. 5 Mrd. Jahren.

Die Legende im Diagramm bezeichnet die Kurven von oben (top) nach unten (bottom) für alle hier vorgestellten Distanzen.

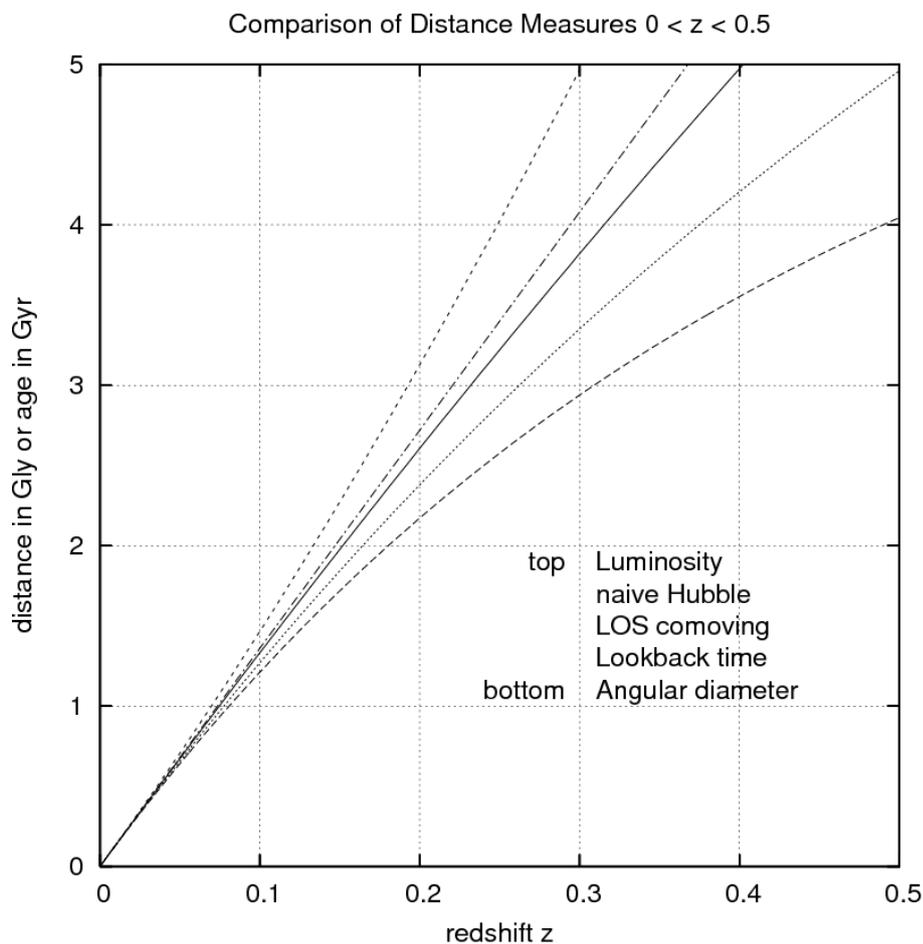
Luminosity: Leuchtkraftdistanz D_L

naive Hubble: Hubble Lemaître D_{HL} , extrapoliert bis $z = 0,5$

LOS Comoving: Eigendistanz D_P

Lookback time: Lichtlaufzeit D_T

Angular Diameter: Winkeldurchmesser-Distanz D_A



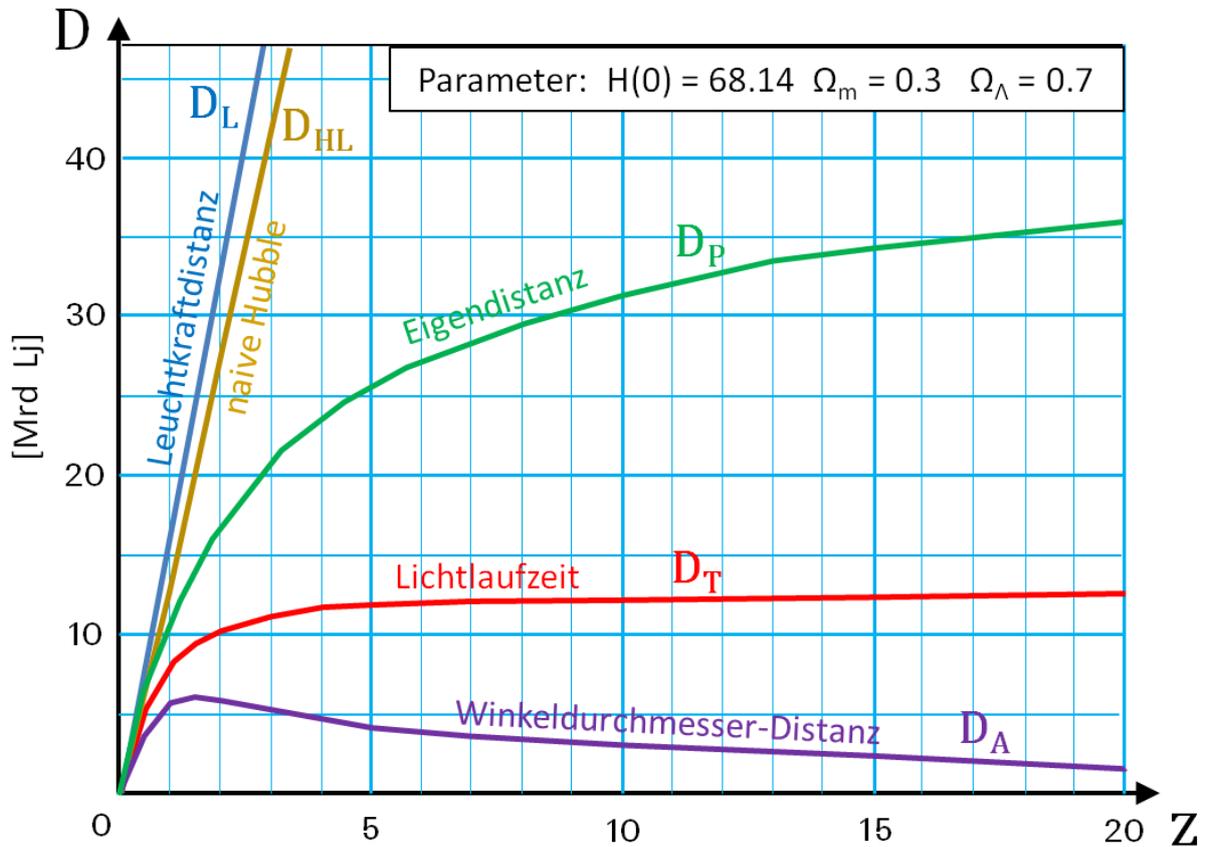
Kommentar:

Hier ist gut erkennbar, dass:

- Die Leuchtkraftdistanz D_L ohne Korrekturen, gegen einen extremen und viel zu hohen Wert strebt.
- Die Eigendistanz D_P deutlich grösser ist als die Lichtlaufzeit D_T .
- Die Winkeldurchmesser-Distanz D_A als "Mass der Vergangenheit" am kürzesten ist.

3.11 Quervergleich der kosmologischen Distanzmasse für $0 < z < 20$

Das folgende Diagramm zeigt die gleichen Distanzmasse wie in Kap. 3.10, hier jedoch in einem zeitlich stark erweiterten Bereich bis $z = 20$.



Dieses Diagramm zeigt u.a., dass die Winkeldurchmesser-Distanz als einzige keine monoton ansteigende Funktion der Rotverschiebung ist, d.h. bei $z \approx 1.6$ den Maximalwert erreicht und dann für extreme z -Werte gegen 0 strebt.

Die Distanzen bis zum heutigen Beobachtungs- oder Partikelhorizont (Kap. 4.1) bei $z = \infty$ oder dem "Urknall", betragen:

- Eigendistanz D_P : ~ 46.6 Mrd. Lj
- Lichtlaufzeit D_T : ~ 13.7 Mrd. Lj
- Winkeldurchmesser-Distanz D_A : 0 Lj

4 Kosmologische Horizonte

4.1 Der Beobachtungs- oder Partikelhorizont

Der Beobachtungs- oder Partikelhorizont ist definiert als Kugeloberfläche. Sie bildet die aktuelle Grenze, bis zu der das Licht vorgedrungen ist, welches zum Zeitpunkt des Urknalls, und somit auch von "unserem" damaligen Standort, ausgesendet worden war. Der aktuelle Wert beträgt als Eigendistanz 46,6 Mrd. Lj oder als Lichtlaufzeit 13,7 Mrd. Jahre. Infolge der "Dunklen Energie" – so die gegenwärtige Lehrmeinung – wächst er ständig weiter. Unser Beobachtungshorizont bildet somit die äusserste Grenze, wo wir, von unserem aktuellen Standort aus, noch Objekte beobachten können, deren Licht zu uns 13,7 Mrd. Jahre unterwegs war. Infolge der undurchdringlichen Barriere der kosmischen Hintergrundstrahlung verkürzt sich diese Distanz für Photonen allerdings noch um ca. 380'000 Jahre. Jeder Punkt im Universum ist zur selben Zeit t von seinem eigenen, exakt gleich grossen Partikelhorizont umgeben, der sich mit unserem zwar überschneiden, aber keinesfalls decken kann.

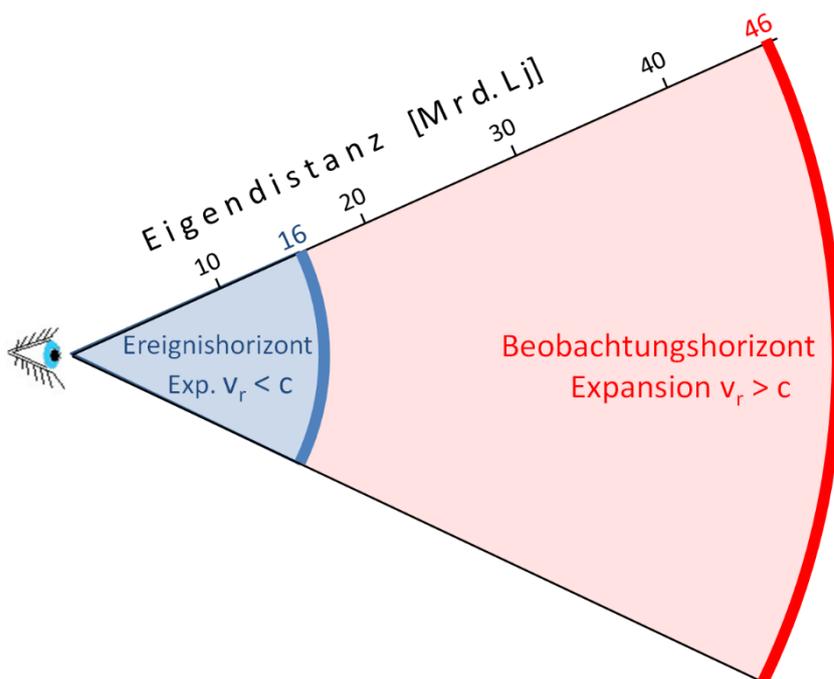
4.2 Der kosmologische Ereignishorizont und Hubbleradius r_H

Der kosmologische Ereignishorizont, engl. "Event Horizon", darf keinesfalls mit dem wesentlich grösseren Beobachtungshorizont verwechselt werden. Er bildet die aktuelle Grenze, bei deren Überschreitung die Raumexpansion Überlichtgeschwindigkeit erreicht, was in keinem Widerspruch zu Einsteins ART steht. Die rudimentäre Näherungsform des Ereignishorizontes ist der Hubbleradius r_H , der die sog. "Hubble-Sphäre" aufspannt. Er wird über die einfache Formel {14} des Hubble-Lemaître-Gesetzes definiert, indem dort einfach die "Fluchtgeschwindigkeit" v_r durch die Lichtgeschwindigkeit c ersetzt wird:

$$r_H = \frac{c}{H(0)} \quad \{20\}$$

Bei einer Hubblekonstanten $H(0)$ von $68 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ergibt diese simple Rechnung einen Hubbleradius r_H von ca. 14,2 Mrd. Lj.

Der eigentliche Ereignishorizont basiert auf dem kosmologischen Λ CDM Standardmodell und ist, infolge der beschleunigten Expansion, mit ca. 16 Mrd. Lj, etwas grösser als der Hubbleradius r_H [1].



4.3 Vergleich Beobachtungshorizont versus Ereignishorizont

Als Beispiel beobachten wir eine Galaxie in einer Eigendistanz von 30 Mrd. Lj, d.h. auf der Skizze im roten Sektor. Diese liegt somit noch innerhalb des Beobachtungs- aber schon deutlich ausserhalb des Ereignishorizontes. Falls gerade jetzt, zum Zeitpunkt $t = t(0)$ in dieser Galaxie eine Supernova aufleuchtet, wird uns ihr Licht auch zukünftig nie erreichen, weil sich das Objekt, infolge der Raumexpansion, mit Überlichtgeschwindigkeit von uns entfernt. Das Licht, welches wir aber heute von dieser Galaxis empfangen, wurde zu einer Zeit ausgesendet, als das Universum noch wesentlich kleiner war und das Objekt noch innerhalb des damaligen Ereignishorizontes lag.

5 Die Bestimmung der kosmologischen Distanzen

5.1 Die praktische Messung der Rotverschiebung im Spektrum

5.1.1 Was wird gemessen?

Kosmologische Entfernungen werden zu Galaxien oder Quasaren gemessen, welche weit ausserhalb unserer Milchstrasse liegen. Professionelle Grossteleskope können in direkt benachbarten Objekten noch Spektren von Einzelsternen aufzeichnen. In grösseren Entfernungen lassen sich auch mit solchen Instrumenten nur noch sog. Kompositspektren aufnehmen, welche sich aus Milliarden von überlagerten Profilen der einzelnen Sterne zusammensetzen [28]. Ob wir so Absorptions- oder Emissionsspektren erhalten, hängt vom Typ und Entwicklungsstadium der Galaxien ab, wobei die Kernaktivität (AGN) im Bereich des zentralen schwarzen Lochs eine entscheidende Rolle spielt. Im Spektralatlas [28] wird die ganze Systematik mit typischen Profilen vorgestellt. Infolge der Rotation und anderer Effekte werden die spektralen Signaturen generell unscharf und z.T. verbreitert, was die Messung der Rotverschiebung deutlich erschwert. Mit Amateurteleskopen kann, mit Ausnahme der direkt benachbarten Messier Galaxien, nur der helle Kern spektroskopiert werden.

5.1.2 Anforderungen an den Spektrografen

Für eine genaue Messung ist ein Spaltspektrograf erforderlich, der die absolute Kalibration des Spektrums mit einer Eichlichtquelle erlaubt. Der Autor beschreibt jedoch in [32] ein Verfahren, wie man bei deutlich reduzierter Genauigkeit, auch mit einem spaltlos verwendeten Transmissionsgitter grosse Rotverschiebungen messen kann.

Im Gegensatz zum Nachweis von Exoplaneten, sind hier die Rotverschiebungen so gross, dass eine Auflösung von $R \approx 900$ völlig ausreicht. Dies kann z.B. durch ein Spektralgitter mit 200L mm^{-1} erreicht werden. Damit konnte z.B. der z-Wert des Quasars 3C273 auf fast drei Nachkommastellen genau gemessen werden. Die scheinbare Helligkeit dieser Objekte ist zudem so schwach, dass selbst im professionellen Bereich keine hohen Auflösungen in Frage kommen, welche auch entsprechend lange Belichtungszeiten erfordern würden. Hochauflösende Echelle Spektrografen benötigen für diesen Zweck zu viel Licht.

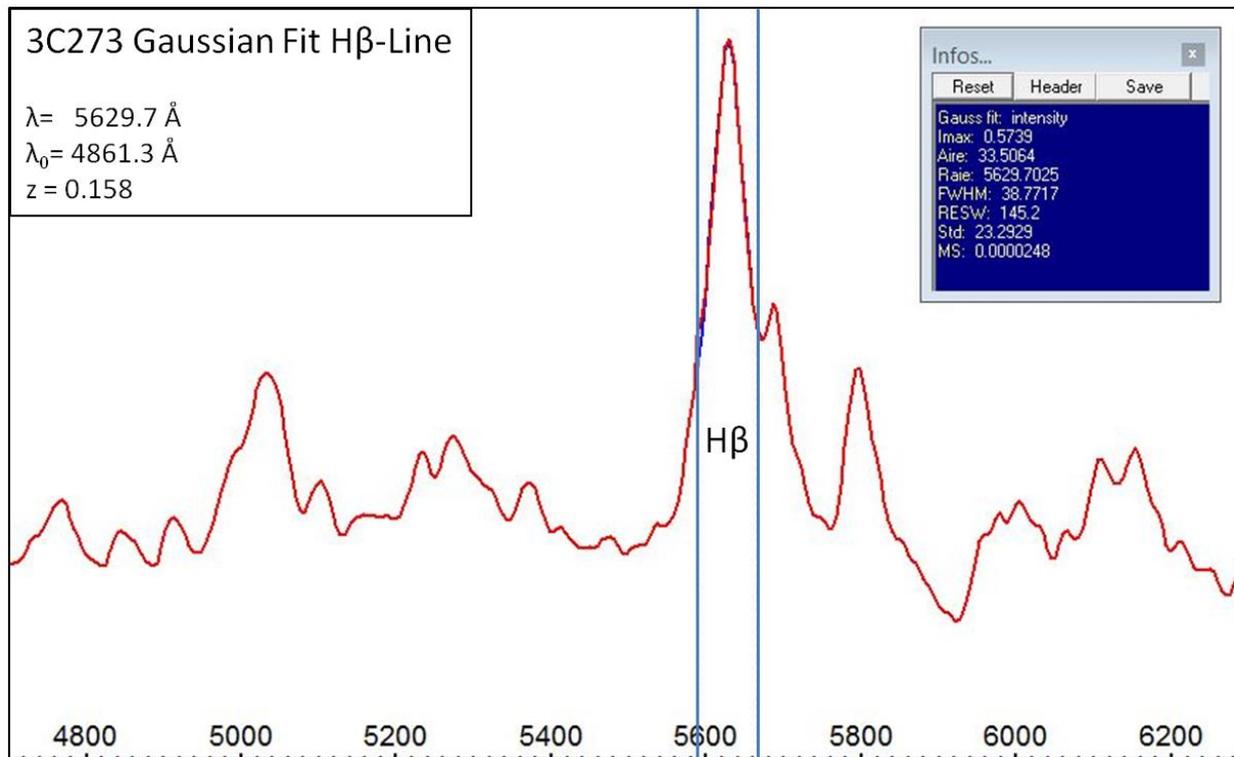
5.1.3 Anforderungen an die Kamera

Zur spektralen Aufzeichnung dieser extrem lichtschwachen Objekte ist eine gekühlte Astrokamera mit einem nicht zu dichten Pixelraster und der Option Binning Mode erforderlich. Heutige Kameras sind meistens für die Astrofotografie optimiert, mit grossen, hochauflösenden Sensoren und einem sehr engen Pixelraster. Für die Spektroskopie sollte in diesen Fällen der 2x2, oder sogar 3x3 Binning Mode verwendet werden, um ein starkes Oversampling zu vermeiden und gleichzeitig die Sensitivität des Detektors zu erhöhen. Die folgende Spektralaufnahme des Quasars 3C273 wurde mit einem C8 Teleskop und der nicht mehr erhältlichen Atik 314L+ Mono aufgezeichnet. Der Sony Sensor ICX285AL hat einen relativ groben Pixelraster von 1391×1039 und grosse $6.45\mu\text{m}$ Pixel. Trotzdem war bereits hier, zur Optimierung des Sampling und der Sensorempfindlichkeit, der 2x2 Binning Mode erforderlich. Die entsprechenden Möglichkeiten und Grenzen sind in [27] beschrieben.

5.1.4 Auswahl der zu vermessenden spektralen Signatur

Quasare und Galaxien mit hoher Kernaktivität erzeugen zahlreiche Emissionslinien der H-Balmer Serie, sowie hochionisierter Metalle, die sich für die Messung der Rotverschiebung eignen. Speziell einfach auszuwerten sind die relativ schlanken Emissionen der Seyfert Galaxien. Paradebeispiel ist hier M77 mit einem sehr hellen Kern [28]. Etwas schwieriger ist die Identifikation einer brauchbaren Linie bei reinen Absorptionsspektren, wie sie z.B. M31 generiert. Der Spektralatlas [28] gibt dazu entsprechende Informationen und Beispiele.

Bei Quasaren sind die Emissionen der Balmerreihe meistens glockenförmig verbreitert, was die direkte Bestimmung der Wellenlänge mit einem Gauss Fit nahelegt [32]. Die folgende Grafik zeigt die H β Emission des Quasars 3C273, welche mit Emissionen anderer Ionen zu einem sog. Blend verschmilzt. Zur Optimierung der Messgenauigkeit wurde deshalb der Gauss Fit auf den oberen Bereich der Linie eingeschränkt. Die H β Emission wurde hier der H α Linie vorgezogen, weil letztere bei $z = 0.158$ durch die erdatmosphärische Fraunhofer A Absorption bei $\sim 7'600 \text{ \AA}$, stark überprägt wird.



5.1.5 Proportionalität von Rotverschiebung und Wellenlänge

Da sich gemäss Formel {8} die Rotverschiebung proportional zur Wellenlänge verhält, bleibt der z -Wert bei allen ausgewerteten Linien gleich, egal in welchem Bereich des Spektrums er gemessen wird. Da jedoch die Verschiebung $\Delta\lambda$ mit steigender Wellenlänge grösser wird, sollte zur Optimierung der Messgenauigkeit auch eine möglichst langwellige Linie gewählt werden.

5.1.6 Heliozentrische Korrektur

Bei grossen Rotverschiebungen sind die gemessenen Expansionsgeschwindigkeiten so hoch, dass normalerweise auf eine heliozentrische Korrektur der Messung verzichtet werden kann.

5.1.7 Objekte mit starker Rotverschiebung

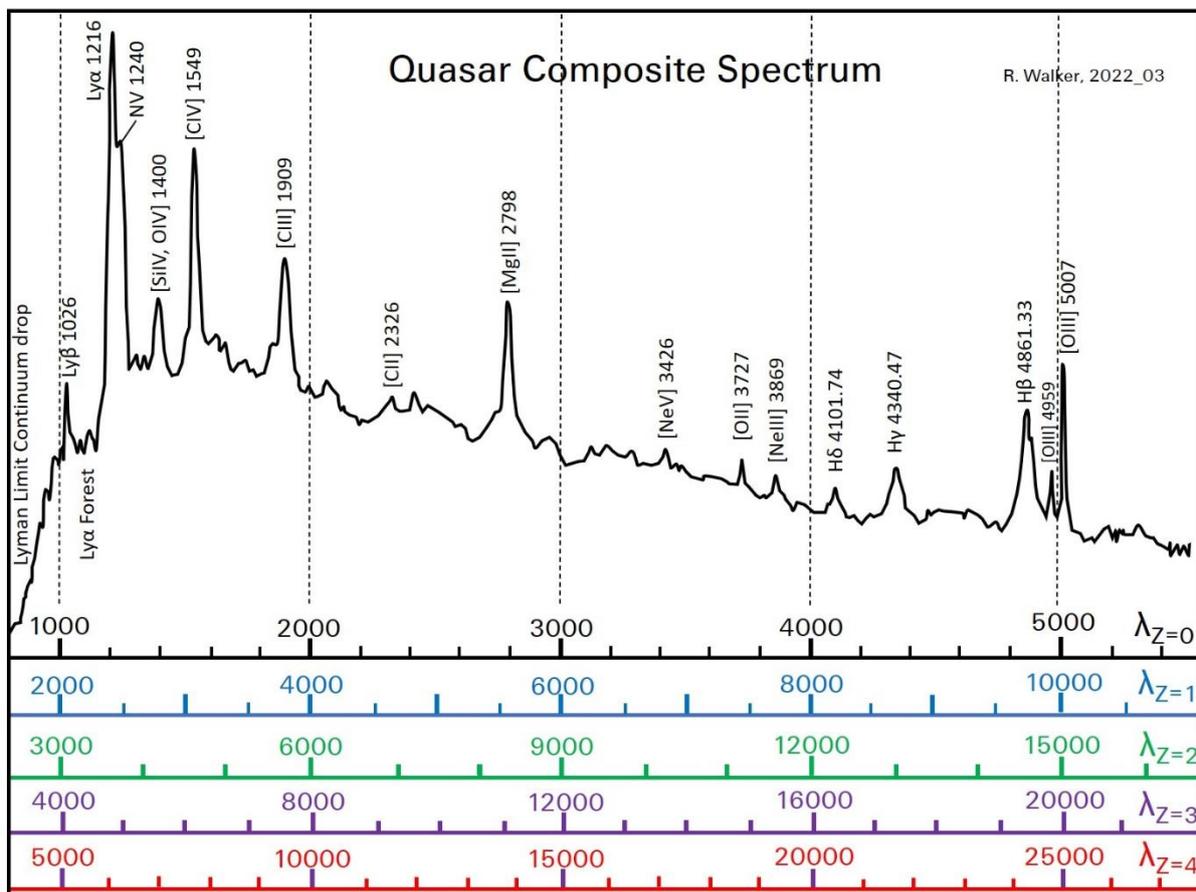
Bei Objekten mit hohen z -Werten wird die gesamte H-Balmerreihe weit in den Infrarotbereich verschoben. Dafür erscheint ab ca. $z > 2$ im visuellen Spektrum die Ly α Emission der Lyman Serie, deren Ruhewellenlängen im UV-Bereich angesiedelt sind. Hier beginnt auch der Bereich der sog. "High- z Quasare". Die folgende Darstellung zeigt ein Quasar-Kompositum, schematisch zusammengesetzt nach P. J. Francis et al. [18] und D. W. Harris et al. [19]. Die oberste, schwarz beschriftete Skala, zeigt die zugehörigen Ruhewellenlängen λ_0 im Bereich von 1000 bis 5200 Å. Die unteren, farbigen Skalen sind rotverschoben, entsprechend $z = 1$ bis $z = 4$ und berechnet nach Formel {21}.

$$\lambda_z = \lambda_0(1 + z) \quad \{21\}$$

Mit dieser Grafik lassen sich die spektralen Signaturen bestimmen, welche bei einer bestimmten Rotverschiebung z im visuellen Bereich erwartet werden (ca. 3800 - 8000Å). Mit zunehmendem z -Wert erscheint das im visuellen Bereich aufgezeichnete Spektrum immer stärker gespreizt, so dass immer kleinere Abschnitte aufgezeichnet werden (Beispiel siehe Kap. 5.1.7).

Hier ist auch ersichtlich, dass am kurzwelligen Ende des visuellen Bereichs die Ly α Emission erst bei einer Rotverschiebung von $z > 2$ erkennbar wird. Im Bereich von $z < 2$ können zur Messung vorwiegend die kurzwelligen H β -und H γ Linien der Balmerreihe, sowie Mg II, CIII und CIV verwendet werden.

Die Ly α -Emission ist meistens die kurzwelligste Linie, die zur Bestimmung der Rotverschiebung noch ausgewertet werden kann. Danach folgen nur noch die Absorptionen des sog. "Ly α -Forest" (siehe Kap. 5.1.7) und eventuell noch ein diffuser Stumpf der Ly β -Linie. Jenseits der Lyman Grenze <912 Å erfolgt ein abrupter Abfall des Kontinuums. Ab hier ionisieren die hochenergetischen UV-Photonen den neutralen Wasserstoff des intergalaktischen Raumes und werden dadurch absorbiert [27].

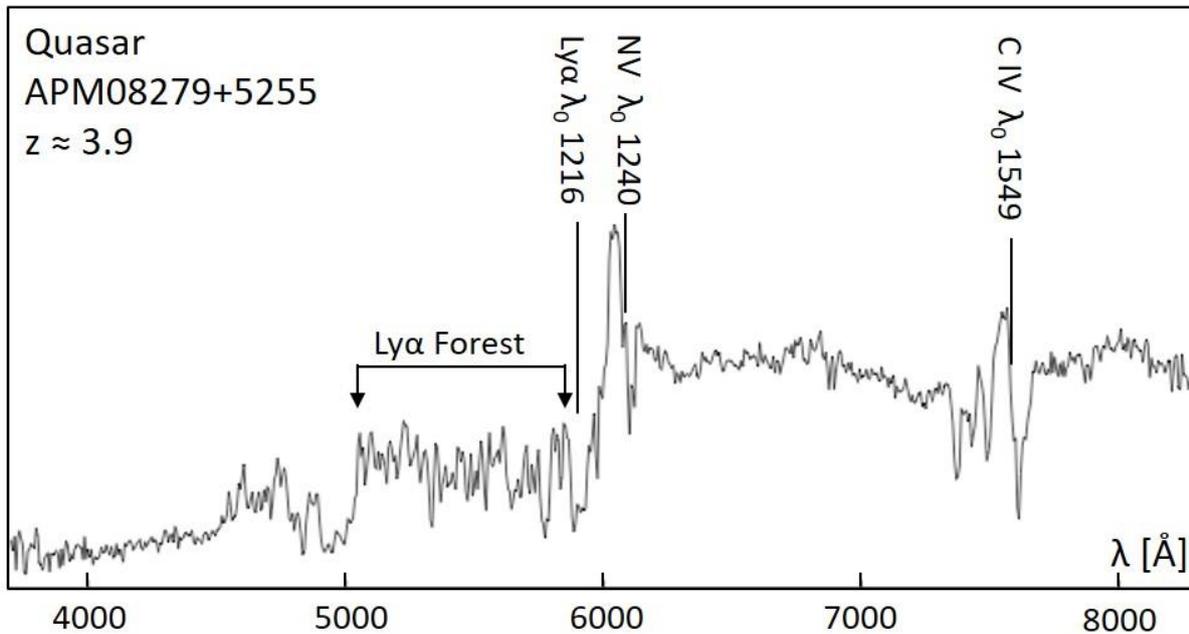


5.1.8 Praktisches Beispiel Quasar APM08279+5255

Das folgende Profil aus der NASA/IPAC Extragalactic Database [16] zeigt das Spektrum des bereits erwähnten Quasars APM08279+5255 mit einer Rotverschiebung von $z \approx 3,9$. Das Profil ist hier ergänzt mit den Ruhewellenlängen der spektralen Signaturen, welche für den Bereich um Ly α typisch sind. Von der Lyman Serie ist hier nur Ly α bei einer Wellenlänge von ca. 5950 Å zu sehen. Wahrscheinlich infolge einer Gaswolke im Nahbereich des Quasars [17], erscheint sie hier nicht als Emission, sondern in Selbstabsorption.

Durch die eindruckliche Spreizung des Spektrums infolge des hohen z -Wertes sind hier die hochionisierten NV und C IV Emissionen, gut aufgelöst, als inverse (rotverschobene) P Cygni Profile zu sehen [27] – möglicherweise infolge der Kontraktionsprozesse im Bereich des Schwarzen Loches. Deshalb muss hier eine Messung der Wellenlänge nicht auf den leicht blauverschobenen Peak, sondern etwa auf den zentralen Wendepunkt des gesamten P Cygni Profils bezogen werden (siehe folgende Abb. und [27]).

Die scharfen Absorptionen des "Ly α -Forest" werden durch die Interaktion des Lichts mit intergalaktischen Gaswolken bei unterschiedlichen Zwischendistanzen erzeugt. Weitere Absorptionen, z.B. bei ~ 5000 Å, stammen hier von Objekten in geringerer Entfernung, welche für diesen Quasar eine komplexe Gravitationslinse bilden [17].



Hinweis: In der NASA/IPAC Extragalactic Database [16] sind von vielen Objekten aufgezeichnete Spektren enthalten. Allerdings, deren Auflösung ist meistens gering und es gilt zu beachten, ob Ruhe- oder rotverschobene Wellenlängen angezeigt werden.

5.1.9 Blazare

Blazare sind Quasare, wo der Jet des Supermassiven Schwarzen Lochs mehr oder weniger direkt auf das Sonnensystem gerichtet ist. Dadurch zeigen deren Spektren im visuellen Bereich meistens nur ein variables Kontinuum ohne weitere Signaturen. Typisches Beispiel ist Makarian 421, wo mit Amateurmitteln deshalb keine Rotverschiebung gemessen werden kann (Profil siehe Spektralatlas, Plate 60 [28]).

5.2 Die Anwendung der kosmologischen Berechnungstools

5.2.1 Funktionsweise

Im Rahmen dieses Skripts werden Methoden, basierend auf dem gemessenen z -Wert vorgestellt, der nun als bestimmende Variable zur Berechnung der verschiedenen kosmologischen Distanzen dient. Diese anspruchsvolle Rechenaufgabe kann heute sehr einfach mit kosmologischen Berechnungstools oder engl. "Cosmology Calculators" durchgeführt werden, welche zahlreich im Internet verfügbar sind. Deren Default-Parameter entsprechen meistens dem in Kap. 2 vorgestellten, flachen Λ CDM Modell. Für die Hubblekonstante wird (per Default) meistens $H_0 \approx 68 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ verwendet, d.h. basierend auf Messungen der kosmischen Hintergrundstrahlung des Planck Mikrowellen-Weltraumteleskops. Bei allen Tools ist der gemessene z -Wert die einzige Distanzvariable. Zeitliche Basis dieser Tools ist meistens die Gegenwart, d.h. $t = t_0$ und $z = 0$. Von hier aus kann mit dem gemessenen z -Wert in die Vergangenheit, d.h. $z > 0$ zurückgerechnet werden.

Die Algorithmen zur Berechnung der kosmologischen Modelle sind mathematisch komplex und erfordern die numerische Integration von Differentialgleichungen. Infolge unterschiedlich gewählter Verfahren und Algorithmen können deshalb zwischen einzelnen Tools kleinere Differenzen entstehen. Amateuren wird empfohlen, zuerst mit den Default-Werten des jeweiligen Modells zu beginnen, um keine "sinnlosen" Ergebnisse zu erzielen, welche z.B. ein viel zu hohes oder zu niedriges Alter des Weltalls ergeben.

5.2.2 Terminologie

Die verwendete Terminologie der einzelnen Tools ist z.T. unterschiedlich. Im Zweifelsfall kann bei gegebenem z -Wert das Ergebnis mit anderen Programmen verglichen werden. Die Lichtlaufzeit oder Lookback Time "versteckt" sich z.B. auch hinter Begriffen wie "Age", oder "Age of the Universe". Die Eigendistanz oder Proper Distance wird man hier vergebens suchen, wird aber – wie bereits erwähnt – durch den Begriff "Comoving Distance" oder durch "Distance between two redshifts" repräsentiert.

Einzelne Tools liefern eine ganze Fülle von zusätzlichen Ergebnissen, wie z.B. den Hubbleparameter zum Zeitpunkt t . Andere wiederum generieren Diagramme oder beinhalten ein Tutorial.

5.2.3 Empfehlung

Mit den Tools von Ned Wright [24] und Josh Kempner [20] beginnen und dann sämtliche im Literaturverzeichnis aufgeführten und ev. auch weitere verfügbare Tools vergleichen.

5.3 Beispiele

5.3.1 Quasar 3C273

Gemessener z -Wert: $z = 0,158$

Ergebnisse gem. J. Kempner [20], und N. Gnedin [21] mit Distanzangaben in [Mpc]. Zum Vergleich mit der Lichtlaufzeit werden diese Distanzen im Text in [Lj] umgerechnet

1 Mpc \approx 3,26 Mio. Lj:

Cosmological parameters

H_0 Ω_m Ω_Λ

Source parameters

z

$H_0 = 67.04$, $\Omega_m = 0.3183$, $\Omega_\Lambda = 0.6817$ ($q_0 = -0.52255$)

At $z = 0.158$

age of the Universe at z	= 11.7709 Gyr
lookback time to z	= 2.05906 Gyr
angular diameter distance d_A	= 586.595 Mpc
luminosity distance d_L	= 786.603 Mpc
comoving radial distance d_C	= 679.277 Mpc
comoving volume out to z	= 1.3129 Gpc ³
critical density at z	= 9.9300e-30 g cm ⁻³
1"	= 2.843894 kpc
1 kpc	= 0.351631"

- Wie zu erwarten ist hier die Eigendistanz (comoving radial distance d_C) mit $D_P(t_0) = 2,21$ Mrd Lj, grösser als die Lichtlaufzeit (lookback time to z) von 2,06 Gyr.
- Die Leuchtkraftdistanz (luminosity distance d_L) ist hier mit $D_L(t_0) = 2,56$ Mrd Lj klar am grössten.
- Der Skalenfaktor a wird hier durch das Tool nicht angegeben, kann aber einfach mit Formel {6} zu $a(t) \approx 0,86$ berechnet werden, d.h. das Universum hatte damals nur ca. 86% der heutigen Grösse.
- Entsprechend kürzer war zur damaligen Zeit die Eigendistanz $D_P(t)$ und betrug nur $a(t) \cdot D_P(t_0) = 0,86 \cdot 2,21 = 1,90$ Mrd Lj. Dies entspricht auch der heutigen Winkeldurchmesser-Distanz (angular diameter distance d_A).
- Der damalige Wert des Hubbleparameters $H(t)$, zum Zeitpunkt $z = 0,158$, kann ergänzend mit dem Tool von N. Gnedin [21] berechnet werden: Basierend auf einer Hubblekonstanten $H(0) = 68,14$ ergibt sich $H(t) = 73,64 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

5.3.2 Quasar APM08279+5255

Gemessener z-Wert: $z = 3,9$

Ergebnisse gem. J. Kempner [20], und N. Gnedin [21] mit Distanzangaben in [Mpc]. Zum Vergleich mit der Lichtlaufzeit werden diese Distanzen im Text in [Lj] umgerechnet
 $1 \text{ Mpc} \approx 3,26 \text{ Mio. Lj}$:

Cosmological parameters

H_0 Ω_m Ω_Λ

Source parameters

z

$H_0 = 67.04, \Omega_m = 0.3183, \Omega_\Lambda = 0.6817 (q_0 = -0.52255)$
 At $z = 3.9$

age of the Universe at z	= 1.5842 Gyr
lookback time to z	= 12.2457 Gyr
angular diameter distance d_A	= 1484.91 Mpc
luminosity distance d_L	= 35652.8 Mpc
comoving radial distance d_C	= 7276.07 Mpc
comoving volume out to z	= 1613.54 Gpc ³
critical density at z	= $3.2197e-28 \text{ g cm}^{-3}$
1"	= 7.199061 kpc
1 kpc	= 0.138907"

- Wie zu erwarten ist hier die Differenz zwischen der Eigendistanz (comoving radial distance d_C) von 23,7 Mrd Lj und der Lichtlaufzeit (lookback time) von 12,2 Gyr deutlich grösser als beim wesentlich nähergelegenen Quasar 3C273.
- Die Leuchtkraftdistanz (luminosity distance d_L) erreicht hier mit $D_L(t_0) = 116 \text{ Mrd. Lj}$ einen "grotesk" hohen Wert.
- Der Skalenfaktor a wird hier nicht angegeben, kann aber einfach mit Formel {6} zu $a(t) = 0,20$ berechnet werden, d.h. das Universum hatte damals nur ca. 20% der heutigen Grösse.
- Entsprechend kürzer war zur damaligen Zeit die Eigendistanz $D_P(t)$ und betrug nur $a(t) \cdot D_P(t_0) = 0,20 \cdot 23,7 = 4,74 \text{ Mrd Lj}$. Dies entspricht auch der heutigen Winkel-durchmesser-Distanz (angular diameter distance d_A).
- Der damalige Wert des Hubbleparameters $H(t)$, zum Zeitpunkt $z = 3.9$, wird ergänzend mit dem Tool von N. Gnedin [21] berechnet: Basierend auf einer Hubblekonstanten $H(0) = 68,14$ ergibt $H(t) = 411,2 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

6 Literatur und Internet

Internet, Kosmologie:

- [1] M. Camenzind, *Die Geometrie des Universums*, 2014 Akademie Heidelberg
http://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/mcamenzi/HD_Geometrie.pdf
- [2] M. Camenzind, *Friedmann Modelle des Universums II*, Uni Heidelberg
https://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/mcamenzi/FRWModelle_II_SS2012.pdf
- [3] M. Camenzind, *Vermessung des Universums, Rotverschiebung und Distanzen von Galaxien*, 2012 Senioren Uni Würzburg
https://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/mcamenzi/W_Distanzen_WS12.pdf
- [4] M. Camenzind, *Rotverschiebung & Hubble-Gesetz*, Akademie Heidelberg 2014
https://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/mcamenzi/HD_Redshift.pdf
- [5] L. Baudis, *Kosmologie Ia: Isotrope und homogene Weltmodelle*, 2007 Univ. Zürich
https://www.physik.uzh.ch/~lbaudis/astroph0607/lecture3_030507.pdf
- [6] L. Baudis, *Kosmologie Ib: Thermische Geschichte des Universums*, 2007 Univ. Zürich
https://www.physik.uzh.ch/~lbaudis/astroph0607/lecture4_100507.pdf
- [7] N. Wright, Various Tutorials to *Javascript Cosmology Calculator*,
<http://www.astro.ucla.edu/~wright/CosmoCalc.html>
- [8] Alderamin, *Was ist eine mitbewegte Entfernung*, 2018 scienceblogs α Cephei
<http://scienceblogs.de/alpha-cephei/2018/05/28/was-ist-eine-mitbewegte-entfernung/>
- [9] A. Teuber, *Friedmann-Robertson-Walker-Metrik und Friedmann-Gleichung*. 2008 Univ. Münster
https://www.uni-muenster.de/Physik_TP/archive/typo3/fileadmin/lehre/teilen/ws0809/FRWMetrikFriedmannGleichung.pdf
- [10] IAU Press Release iau1812,...*Renaming the Hubble Law as Hubble–Lemaître law*
<https://www.iau.org/news/pressreleases/detail/iau1812/>
- [11] M. Plössel, *Online auf den Spuren von Hubble (und Wirtz)*, WIS Wissenschaft in die Schulen
<http://www.wissenschaft-schulen.de/sixcms/media.php/1308/wis-hubble.743058.pdf>
- [12] R. Powell, *The Distance Scale of the Universe*
<http://www.atlasoftheuniverse.com/redshift.html>
- [13] *Comoving and Proper Distances*, Wikipedia
https://en.wikipedia.org/wiki/Comoving_and_proper_distances
- [14] *Hintergrundstrahlung*, Wikipedia
<https://de.wikipedia.org/wiki/Hintergrundstrahlung>
- [15] *Expansion des Universums*, Wikipedia
https://de.wikipedia.org/wiki/Expansion_des_Universums
- [16] *NASA/IPAC Extragalactic Database*
<http://ned.ipac.caltech.edu/>
- [17] M. Irwin et al. *APM 08279]5255: An ultraluminous broad Absorption Line Quasar, at a Redshift 3.87...* 1998, Astrophysical Journal, <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/306213>
- [18] P. J. Francis et al. *A High Signal-to-Noise Ratio Composite Quasar Spectrum*, 1991
https://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle_query?1991ApJ...373..465F&default-print=YES&filetype=.pdf
- [19] D. W. Harris et al. *The Composite Spectrum of Boss Quasars Selected for Studies of the Ly α Forest*, <https://arxiv.org/pdf/1603.08626.pdf>

Internet, Cosmology Calculators:

[20] J. Kempner, *Cosmology Calculator*, Kempner. net
<https://www.kempner.net/cosmic.php>

[21] N. Gnedin, *Cosmological Calculator for the Flat Universe*, University of Chicago, Fermi Lab
<https://home.fnal.gov/~gnedin/cc/>

[22] M. Vardanyan, *iCosmos*,
<http://www.icosmos.co.uk/index.html>

[23] A. Cappi, *COSMOTOOLS V1.0*, INAF - Osservatorio Astronomico di Bologna
<http://www.bo.astro.it/~cappi/cosmotools>

[24] N. Wright, *Javascript Cosmology Calculator*, Wright (2006, PASP, 118, 1711), UCLA
<http://www.astro.ucla.edu/~wright/CosmoCalc.html>

[25] A. Robotham, J. Dunne, *ICRAR's Cosmology Calculator*,
<http://cosmocalc.icrar.org/>

[26] S.V. Pilipenko, *Paper-and-pencil cosmological calculator*, 2013 Moscow Institute of Physics and Technology, <https://arxiv.org/pdf/1303.5961.pdf>

Literatur:

[27] M. F. M. Trypsteen, R. Walker: *Spectroscopy for Amateur Astronomers -Recording, Processing, Analysis and Interpretation*, 2017 Cambridge University Press, ISBN: 9781107166189

[28] R. Walker: *Spectral Atlas for Amateur Astronomers -A Guide to the Spectra of Astronomical Objects and Terrestrial Light Sources*, 2017 Cambridge University Press, ISBN: 9781107165908

[29] Chr. Speicher, *Der Astronom Edwin Hubble muss seinen Ruhm teilen*, NZZ Artikel 30.10.2018
<https://www.nzz.ch/wissenschaft/der-astronom-edwin-hubble-muss-seinen-ruhm-teilen-id.1432246>

[30] J. Hattenbach, *Hubble's Konstante wird immer rätselhafter*, Sterne und Weltraum Oktober 2019

Internet Dokumente des Autors

Diverse Dokumente zum Thema können von der Homepage des Autors heruntergeladen werden:
<https://www.ursusmajor.ch/astro-spektroskopie/richard-walkers-page/index.html>

[31] R. Walker, *Das optische Spektrum des Quasars 3C273*
<https://www.ursusmajor.ch/downloads/das-spektrum-des-quasars-3c273-2.3.pdf>

[32] R. Walker, *Spektroskopische Datenreduktion für Amateurastronomen*,
<https://www.ursusmajor.ch/downloads/spektroskopische-datenreduktion-4.0.pdf>